

Les rendes financeres

Universitat de Lleida

Lleida, abril de 2010

Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 Valoració
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 Valoració sota RFIC
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Outline

- 1 **Concepte i classificació**
 - **Concepte**
 - Classificació
- 2 Valoració
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 Valoració sota RFIC
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Concepte de renda financera

Per a què serveixen les rendes financeres?

Les rendes financeres ens permeten sistematitzar l'anàlisi de les operacions financeres.

Concretament aquelles operacions en les que hi ha periodicitat en els diferiments.

Què són les rendes financeres?

Una **renda financera** és un conjunt de capitals financers que presenten periodicitat en els seus diferiments.

$$\{(C_r, rP)\}_{r=1,2,\dots,n}, \quad \text{on}$$

C_r : Terme r-èsim de la renda.

$P = T_{r+1} - T_r$: Període de la renda expressat en anys.

n : Nombre de termes de la renda.

$t = nP$: Termini de l'operació.

Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - **Classificació**
- 2 Valoració
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 Valoració sota RFIC
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Atenent a la periodicitat

Segons sigui la periodicitat, distingim entre:

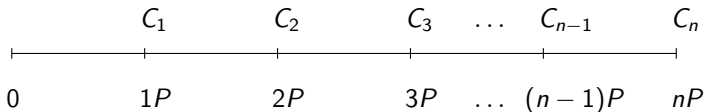
- **Rendes anuals**, si $P = 1$.
- **Rendes semestrals**, si $P = 1/2$.
- **Rendes trimestrals**, si $P = 1/4$.
- **Rendes mensuals**, si $P = 1/12$.
- ...

Atenent a la localització del terme

Segons sigui la localització del terme dins el període, distingim entre:

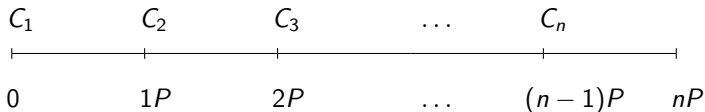
- **Rendes vençudes o postpagables.**

El terme es localitza al final del període.



- **Rendes anticipades o prepagables.**

El terme es localitza a l'inici del període.

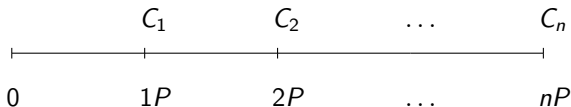


Atenent a l'inici de la renda

Segons sigui el moment en que s'inicia la renda dins l'operació, distingim entre:

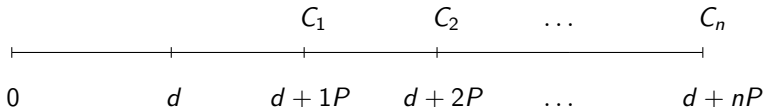
- **Rendes immediates**

La renda s'inicia en el moment en que s'inicia l'operació.



- **Rendes diferides**

La renda no s'inicia quan comença l'operació, sinó que aquesta ho fa transcorregut un cert període anomenat diferiment, d .

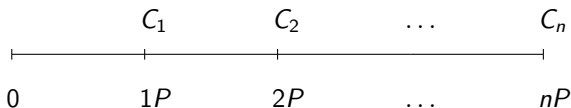


Atenent a l'horitzó temporal

Segons sigui l'horitzó temporal de la renda, distingim entre:

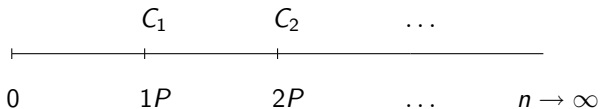
- **Rendes temporals**

Tenen un nombre finit de termes. Horitzó temporal finit.



- **Rendes perpètuas**

Tenen un nombre infinit de termes. Horitzó temporal infinit.



Atenent a la variació del terme de la renda

Segons hi hagi o no variació del terme de la renda i segons sigui aquesta variació, distingim entre:

- **Rendes constants**

El terme de la renda és constant, $C_r = C$.

- **Rendes variables**

El terme de la renda és variable.

- **Rendes variables geomètricament**

$$C_r = C_1 \cdot q^{r-1}, \text{ amb } q \in \{(0, 1) \cup (1, \infty)\}$$

- Si $q > 1$, és creixent.
- Si $q < 1$, és decreixent.

- **Rendes variables aritmèticament**

$$C_r = C_1 + h(r - 1), \text{ amb } h \in \mathbb{R} - \{0\}$$

- Si $h > 0$, és creixent.
- Si $h < 0$, és decreixent.

Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 **Valoració**
 - **Valorar una renda financera**
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 Valoració sota RFIC
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Valorar una renda financera

Per la combinació dels criteris de classificació de rendes exposats, podem considerar molts tipus de rendes.

Per tal de facilitar l'anàlisi, en principi considerem un renda **vençuda, immediata i temporal**, a la qual anomenem renda model.

Què ens pot interessar conèixer d'una renda model?

- El seu valor actual.
- El seu valor final.

Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 **Valoració**
 - Valorar una renda financera
 - **Valor actual i valor final**
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 Valoració sota RFIC
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Valor actual d'una renda financera

El **valor actual**, V_0 , d'una renda financera s'obté de l'equivalència

$$(V_0, 0) \sim \{(C_r, rP)\}_{r=1,2,\dots,n}$$

Així,

$$V_0 = \sum_{r=1}^n C_r \cdot f(rP, 0)$$

$$V_0 = C_1 \cdot f(P, 0) + C_2 \cdot f(2P, 0) + \dots + C_n \cdot f(nP, 0)$$

Valor final d'una renda financera

El **valor final**, S_n , d'una renda financera s'obté de l'equivalència

$$(S_n, nP) \sim \{(C_r, rP)\}_{r=1,2,\dots,n}$$

Així,

$$S_n = \sum_{r=1}^n C_r \cdot f(rP, nP)$$

$$S_n = C_1 \cdot f(P, nP) + C_2 \cdot f(2P, nP) + \dots + C_n \cdot f(nP, nP)$$

Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 **Valoració**
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - **Valoració en un sistema estacionari**
- 3 Valoració sota RFIC
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Sistema estacionari

Si considerem un **sistema financer estacionari**, el factor financer pren la forma següent

$$f(T, T') = A^{T'-T}$$

Generalment, utilitzem règims financers racionals o compostos. Podem doncs concretar la forma del factor financer.

- En cas de RFIC

$$f(T, T') = A^{T'-T} = (1 + ip)^{t/p}$$

- En cas de RFDC

$$f(T, T') = A^{T'-T} = (1 - dp)^{-t/p}$$

Valor actual en un sistema estacionari

El **valor actual** de la renda model, V_0 , el calculem fent,

$$V_0 = \sum_{r=1}^n C_r \cdot f(rP, 0) = \sum_{r=1}^n C_r A^{-rP}$$

- Si la renda és **anticipada**,

$$V_0^a = V_0 \cdot A^P$$

- Si la renda és **diferida**,

$$V_0^d = V_0 \cdot A^{-d}$$

- Si la renda és **perpètua**,

$$V_0^\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} V_0$$

Valor final en un sistema estacionari i diferiment mig

El **valor final** de la renda model, S_n , el calculem fent,

$$S_n = \sum_{r=1}^n C_r \cdot f(rP, nP) = \sum_{r=1}^n C_r A^{(n-r)P}$$

El **diferiment mig** de la renda model, T_0 , s'obté de les equivalències financeres

$$\left(\sum_{r=1}^n C_r, T_0 \right) \sim \{(C_r, rP)\}_{r=1,2,\dots,n} \quad \text{i} \quad (V_0, 0) \sim \{(C_r, rP)\}_{r=1,2,\dots,n}$$

Si ho expressem en forma d'igualtat,

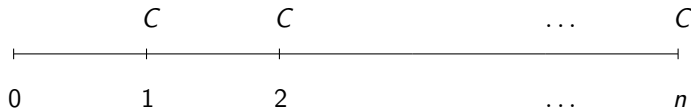
$$\sum_{r=1}^n C_r = V_0 \cdot f(0, T_0) = V_0 \cdot A^{T_0} \quad \Rightarrow \quad T_0 = \frac{\ln\left(\sum_{r=1}^n C_r / V_0\right)}{\ln A}$$

Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 Valoració
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 **Valoració sota RFIC**
 - **Rendes constants**
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Valor actual d'una renda constant

Esquema temporal d'una renda vençuda, immediata, temporal i **constant**.



El valor actual és

$$V_0 = C \cdot \frac{1 - (1 + I_m)^{-n}}{I_m} = C \cdot a_{\overline{n}|I_m}$$

Outline

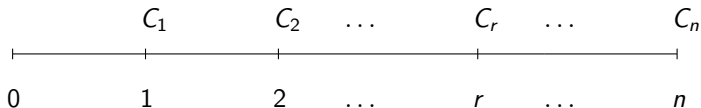
- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 Valoració
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 **Valoració sota RFIC**
 - Rendes constants
 - **Rendes variables geomètricament**
 - Rendes variables aritmèticament
 - Rendes fraccionades

Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 Valoració
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 **Valoració sota RFIC**
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - **Rendes variables aritmèticament**
 - Rendes fraccionades

Valor actual d'una renda variable aritmèticament

Esquema temporal d'una renda vençuda, immediata, temporal i **variable en progressió aritmètica**.



$$\text{on } C_r = C_1 + (r - 1)h = C_{r-1} + h$$

El valor actual és

$$V_0 = \left[C_1 + \frac{h}{l_m} + nh \right] \cdot a_{\overline{n}|l_m} - \frac{nh}{l_m}$$

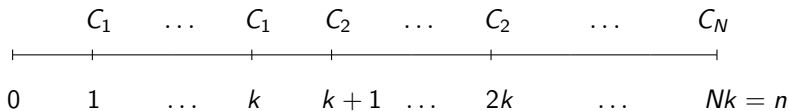
Outline

- 1 Concepte i classificació
 - Concepte
 - Classificació
- 2 Valoració
 - Valorar una renda financera
 - Valor actual i valor final
 - Valoració en un sistema estacionari
- 3 **Valoració sota RFIC**
 - Rendes constants
 - Rendes variables geomètricament
 - Rendes variables aritmèticament
 - **Rendes fraccionades**

Renda fraccionada

Una **renda** és **fraccionada** si el període de variació del terme no coincideix amb la periodificació de la renda.

Esquema temporal d'una renda vençuda, immediata, temporal i **fraccionada**.



on,

n : nombre de termes de la renda.

m : freqüència de la renda.

M : freqüència de la variació.

$k = \frac{m}{M}$: nombre de termes dintre de cada període de variació.

$N = \frac{n}{k}$: nombre de termes de quantia diferent dintre de la renda.

Valor actual d'una renda fraccionada

Per calcular el valor actual, haurem de construir una renda auxiliar.
 En aquesta, cada terme es diferent respecte a l'anterior.

Esquema temporal de la **renda auxiliar**, la qual té N termes.



Un cop haguem calculat el seu valor actual, V_0^{aux} , i per tal de trobar el valor actual de la renda fraccionada, fem

$$V_0^f = \frac{i_M}{i_m} V_0^{aux}$$