

# L'antecedent econòmic i el model matemàtic

Universitat de Lleida

Lleida, febrer de 2010

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 Descripció de les operacions financeres
  - Definició
  - Elements
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - La suma financera

# Finançament i inversió

Les Operacions Financeres són aquelles en les que hi ha un intercanvi de disponibilitats monetàries.

Aquestes s'instrumenten mitjançant actius financers.

Distingim entre

- Operacions de finançament.
- Operacions de inversió.

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 Descripció de les operacions financeres
  - Definició
  - Elements
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - La suma financera

# Operació de finançament

Les operacions de finançament són aquelles en les que s'aporta liquidesa sense participar en el projecte econòmic.

La liquidesa s'aporta a canvi d'un preu, el qual s'haurà pactat per endavant i al que s'anomena **interès**.

L'interès s'entén com el preu d'un servei.

Aquest preu es determina en el **mercat del diner**, caracteritzat per

- Estar sotmés a les condicions d'equilibri entre la oferta i la demanda de diners.
- Hi intervenen, com a mediadors, la banca i altres entitats financeres.

# Característiques

## Característiques de les Operacions de Finançament.

- El preu està assegurat. No hi ha risc.
- Es realitza dins d'un mercat de diners. El mercat financer.
- Tots els elements que intervenen en l'operació estan fixats per endavant: Una part deixa els diners i l'altra part els utilitza i els tornarà quan hagi transcorregut cert període de temps, juntament amb el preu que paga per haver fet ús d'aquells diners.

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 Descripció de les operacions financeres
  - Definició
  - Elements
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - La suma financera

## Operació d'inversió

Les operacions d'inversió són aquelles en les que es realitza una aportació tot **participant del projecte econòmic**, assumint o compartint la titularitat. Aquest cop, l'aportació no ha de ser necessàriament financera, pot tractar-se de maquinària, de terrenys, . . . .

En una operació d'inversió es busca la retribució del projecte econòmic en la seva globalitat.

La finalitat de l'inversor és aconseguir una **renda superior** al preu del diner fixat pel mercat.

La seva rentabilitat no està sotmesa a les lleis del mercat del diner, tot i que aquesta informació ha de ser un paràmetre referencial bàsic en l'anàlisi dels projectes d'inversió.

# Característiques

## Característiques de les Operacions de Inversió.

- Hi ha risc. A priori, no es coneix la rendibilitat de l'operació.
- No es realitza dins d'un mercat de diners. Si més no, aquest mercat es pren com a referència. Es desitja obtenir una super-renda.
- No tots els elements que intervenen en l'operació estan fixats per endavant. No s'ha fixat quin és l'import amb que es retribuirà a l'inversor, ni el moment que que es farà. Caldrà tenir en compte tots els factors que puguin influir en el projecte.

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 Descripció de les operacions financeres
  - Definició
  - Elements
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - La suma financera

# El mercat de diner i la preferència per la liquidesa

El mercat de diner està regit per la preferència per la liquidesa.

La **preferència per la liquidesa** es refereix al fet que sigui preferible disposar avui de certa quantitat de diners, en lloc d'haver d'esperar cert període de temps per a disposar d'aquesta mateixa quantitat.

Aquesta preferència és subjectiva.

Si més no, el **mercant financer** és el que ens proporciona una mesura objectiva d'aquesta preferència per la liquidesa.

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 **Descripció de les operacions financeres**
  - **Definició**
  - Elements
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - La suma financera

# Definició

Les Operacions Financeres són aquelles que materialitzen intercanvis de capitals de diferent liquidesa.

Mitjançant les Operacions Financeres, es realitzen transferències de disponibilitat monetària entre els subjectes que participen en l'operació.

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 **Descripció de les operacions financeres**
  - Definició
  - **Elements**
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - La suma financera

# Element personal

Atenent a diferents aspectes es distingeixen els següents elements en una operació financera.

## a) **Element personal**

L'element personal és el format pels subjectes que intervenen en l'operació financera, encarregats d'establir els pactes que han de regular l'operació.

### 1. **Subjecte actiu.**

És qui cedeix la disponibilitat de diners a canvi de rebre'n un preu després de cert període de temps.

El subjecte actiu aporta les **prestacions** a l'operació.

### 2. **Subjecte passiu.**

És qui rep els diners i que està d'acord en pagar un preu per la utilització dels diners.

El subjecte passiu aporta les **contraprestacions** a l'operació.

## Element real o material

### b) Element real o material

L'element real o material pot prendre dues formes.

1. **Capital financer**,  $(C, T)$  amb  $C, T \geq 0$ .

El capital financer informa sobre quina és la quantitat de diner i sobre el moment en que aquesta és disponible, en el camp discret.

$C$ : **Quantia** (u.m.). És l'import del capital financer.

$T$ : **Diferiment** (u.t.). És el termini o moment en que es pot disposar d'aquell import.

2. **Flux financer**,  $(c(\tau), (0, z))$  amb  $c(\tau) \geq 0$ .

El flux financer informa sobre quina és la quantitat de diner i sobre el moment en que aquesta és disponible, en el camp continu.

$c(\tau)$ : **Funció d'intensitat** (u.m./u.t.). És l'import que es produeix per cada unitat de temps.

$(0, z)$ : **Camp de flux** (u.t.). És el període de temps en el que es desenvolupa la funció d'intensitat.

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 **Descripció de les operacions financeres**
  - Definició
  - Elements
  - **Classificació**
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - La suma financera

# Classificació

La classificació de les operacions financeres es pot considerar atenent a diferents criteris.

## A Criteri de classificació de Knight (1957).

- Operacions certes.
- Operacions no certes.
  - Operacions aleatòries o estocàstiques.
  - Operacions incertes.

## B Segons siguin la prestació i la contraprestació.

- Operacions elementals.
- Operacions parcialment complexes.
  - Operacions d'amortització d'un capital.
  - Operacions de constitució d'un capital.
- Operacions totalment complexes.

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 **Descripció de les operacions financeres**
  - Definició
  - Elements
  - Classificació
  - **Equivalència financera**
  - El factor financer
  - La suma financera

## Equivalència financera

Les operacions financeres es realitzen en el mercat financer, el qual proporciona l'**equivalència entre capitals financers**.

$$(C, T) \sim_E (C', T')$$

Aquesta expressió indica que, en el mercat financer, és possible aportar  $C$  unitats monetàries en el moment  $T$ , a canvi de rebre  $C'$  unitats monetàries en el moment  $T'$ .

L'**equivalència financera** es defineix com una relació d'equivalència entre capitals que compleix les cinc propietats següents.

## Propietats de l'equivalència financera

Per una banda, propietats de tota relació d'equivalència.

- **Reflexiva:**  $(C, T) \sim (C, T)$ .
- **Simètrica:** si  $(C, T) \sim (C', T')$ , llavors  $(C', T') \sim (C, T)$ .
- **Transitiva:** si  $(C, T) \sim (C', T')$  i  $(C', T') \sim (C'', T'')$ , llavors  $(C, T) \sim (C'', T'')$ .

I per l'altra banda, propietats d'origen financer.

- **Homogeneïtat respecte a les quanties:** si  $(C, T) \sim (C', T')$  llavors  $(kC, T) \sim (kC', T')$  per a tota  $k \in \mathbb{R}_+$ .
- **Preferència per la liquidesa:** si  $(C, T) \sim (C', T')$  llavors  $\text{Signe}(T' - T) = \text{Signe}(C' - C)$ .

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 **Descripció de les operacions financeres**
  - Definició
  - Elements
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - **El factor financer**
  - La suma financera

## Factor financer

La relació d'equivalència  $(C, T) \sim_E (C', T')$  es pot definir com una funció implícita.

$$E(C, C', T, T') = 0$$

Donat que hi ha homogeneïtat respecte a les quanties,

$$E(kC, kC', T, T') = 0 \quad \forall k \in \mathbb{R}_+$$

Si considerem ara  $k = 1/C$ , amb  $C \neq 0$ , tenim  $E(1, C'/C, T, T') = 0$ .

Finalment, aïllant el valor de  $C'/C$  obtenim,

$$\frac{C'}{C} = f(T, T')$$

La funció  $f(T, T')$  s'anomena **factor financer**. La determina el mercat.

# Factor financer

El factor financer trobat

$$f(T, T') = \frac{C'}{C}$$

permet determinar la quantia  $C'$  disponible en el moment  $T'$  que és equivalent a la quantia  $C$  disponible en el moment  $T$ .

És a dir, si l'equivalència financera

$$(C, T) \sim (C', T')$$

és certa al mercat, llavors

$$C' = C \cdot f(T, T').$$

## Propietats del factor financer

A partir de les definicions de capital financer i d'equivalència financera, s'obtenen les següents propietats del factor financer.

1. El factor financer és una funció real positiva.

$$f(T, T') > 0 \quad \forall T, T' \in \mathbb{R}$$

2. El factor financer és, respectivament, més gran, igual o més petit que la unitat segons sigui el segon diferiment més gran, igual o més petit que el primer.

$$f(T, T') \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} 1 \quad \text{sii} \quad T' \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} T$$

3. Si es canvien de lloc els diferiments, la funció pren el valor invers.

$$f(T, T') \cdot f(T', T) = 1$$

## Propietats del factor financer

4. Propietat circular o d'escindibilitat financera.

$$f(T_0, T_1) \cdot f(T_1, T_2) \cdot f(T_2, T_3) \cdots f(T_{n-1}, T_n) = f(T_0, T_n)$$

5. El factor financer és una funció monòtona decreixent respecte al diferiment inicial i monòtona creixent respecte al diferiment final.

$$\frac{\partial f(T, T')}{\partial T} < 0 \quad \frac{\partial f(T, T')}{\partial T'} > 0$$

# Outline

- 1 Finançament i inversió
  - Operació de finançament
  - Operació d'inversió
- 2 El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
  - El mercat de diner i la preferència per la liquidesa
- 3 **Descripció de les operacions financeres**
  - Definició
  - Elements
  - Classificació
  - Equivalència financera
  - El factor financer
  - **La suma financera**

## Conjunt de capitals financers i suma financera

Un conjunt de **capitals financers** s'expressa com

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1,2,\dots,n}$$

### Pregunta:

Quin és el capital financer  $(C, T)$  equivalent a un conjunt de capitals?  
Donat un conjunt de capitals  $\{(C_r, T_r)\}_{r=1,2,\dots,n}$  el nostre problema consisteix en trobar la suma financera o capital financer equivalent.

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1,2,\dots,n} \sim (C, T)$$

### Resposta:

Si escollim un diferiment  $T$ , llavors

$$\{(C_r, T_r)\}_{r=1,2,\dots,n} \sim \left( \sum_{r=1}^n C'_r, T \right)$$

on  $\sum_{r=1}^n C'_r = \sum_{r=1}^n C_r \cdot f(T_r, T)$

# Suma financera

Segons sigui el diferiment  $T$  escollit, la quantia associada i el propi diferiment reben certs noms.

- Si  $T = 0$ ,  
llavors la quantia associada és  $\sum_{r=1}^n C'_r = V_0$   
i s'anomena *valor actual*.
- Si  $T = n$ ,  
llavors la quantia associada és  $\sum_{r=1}^n C'_r = S_n$   
i s'anomena *valor final*.
- Si  $\sum_{r=1}^n C'_r = \sum_{r=1}^n C_r$ ,  
llavors el diferiment associat és  $T = T_0$   
i s'anomena *diferiment mig*.