

Lleis financeres

Universitat de Lleida

Lleida, febrer de 2010

Outline

- 1 Introducció
 - Operacions financeres i lleis financeres
 - Propietats del factor financer
 - Expressió analítica del factor financer
- 2 Llei financera estacionària
- 3 Llei financera dinàmica

Outline

- 1 **Introducció**
 - Operacions financeres i lleis financeres
 - Propietats del factor financer
 - Expressió analítica del factor financer
- 2 Llei financera estacionària
- 3 Llei financera dinàmica

Operacions financeres

Les **operacions financeres** que analitzarem, són aquelles que es realitzen en un mercat financer, lliure de risc.

Les condicions d'equilibri que permeten la realització d'aquestes operacions, per exemple la representada per

$$(C, T) \sim (C', T'),$$

són un reflex de l'ambient financer.

Lleis financeres

Les **lleis financeres** són les encarregades de definir l'ambient financer en el que es desenvoluparan les operacions financeres.

L'ambient financer normalment és compost, és necessari tot un sistema de lleis financeres entrelaçades per poder-lo definir. Si més no, nosaltres considerarem un **ambient financer simple** definit per una única llei financera.

Distingirem entre una **llei financera estacionària** i una **llei financera dinàmica**. Mentre que en la llei estacionària, el preu es manté invariable sigui quin sigui el moment de temps en el que s'apliqui, en la llei dinàmica el preu varia en el temps.

Però, què és el preu? Abans caldrà trobar l'expressió analítica del factor financer.

Outline

- 1 **Introducció**
 - Operacions financeres i lleis financeres
 - **Propietats del factor financer**
 - Expressió analítica del factor financer
- 2 Llei financera estacionària
- 3 Llei financera dinàmica

Considerem les propietats del factor financer

1. El factor financer és una funció real positiva.

$$f(T, T') > 0 \quad \forall T, T' \in \mathbb{R}$$

2. El factor financer és, respectivament, més gran, igual o més petit que la unitat segons sigui el segon diferiment més gran, igual o més petit que el primer.

$$f(T, T') \begin{cases} \geq 1 \\ = 1 \\ \leq 1 \end{cases} \quad \text{sii} \quad T' \begin{cases} \geq T \\ = T \\ \leq T \end{cases}$$

3. Si es canvien de lloc els diferiments, la funció pren el valor invers.

$$f(T, T') \cdot f(T', T) = 1$$

4. Propietat circular o d'escindibilitat financera.

$$f(T_0, T_1) \cdot f(T_1, T_2) \cdot f(T_2, T_3) \cdot \dots \cdot f(T_{n-1}, T_n) = f(T_0, T_n)$$

5. El factor financer és una funció monòtona decreixent respecte al diferiment inicial i creixent respecte al diferiment final.

$$\frac{\partial f(T, T')}{\partial T} < 0 \qquad \frac{\partial f(T, T')}{\partial T'} > 0$$

Outline

- 1 **Introducció**
 - Operacions financeres i lleis financeres
 - Propietats del factor financer
 - **Expressió analítica del factor financer**
- 2 Llei financera estacionària
- 3 Llei financera dinàmica

Expressió analítica del factor financer

A partir d'aquestes propietats podem obtenir l'**expressió analítica de factor financer** :

$$f(T, T') = e^{\int_T^{T'} \rho(\tau) d\tau} \quad \text{amb } \rho(\tau) > 0$$

on $\rho(\tau)$ és el tant instantani d'interès. És el preu de l'operació.

Així observem la relació que hi ha entre **preu i factor financer**. Donat un factor financer per una operació, obtenim el preu que s'aplica en l'operació, i a l'inrevés, donat un preu tenim el factor financer.

Tant el preu com el factor financer poden definir l'equilibri del mercat.

El preu d'una operació

El **preu** que s'aplica en una operació, $\rho(\tau)$,

- es pot mantenir constant en el període en el que aquesta es desenvolupa, o
- pot variar a mesura que s'avança en el temps.

El primer cas donarà lloc a una llei financera estacionària, i en el segon cas tindrem una llei dinàmica.

Llei financera estacionària

Una **llei financera estacionària** es caracteritza perquè el preu és constant. És a dir, $\rho(\tau) = \rho$.

Llavors, el factor financer pren la forma següent

$$f(T, T') = e^{\int_T^{T'} \rho d\tau} = e^{\rho(T'-T)} = A^{T'-T} \quad \text{on} \quad A = e^\rho$$

$$f(T, T') = A^{T'-T} \quad \text{on} \quad A = e^\rho$$

Però, **com ha de ser aquesta A?**

Donat que el preu en qualsevol operació ha de ser positiu i que $A = e^\rho$ implica que $\rho = \ln A$, cal exigir $\rho = \ln A > 0$. És a dir, cal que $A > 1$.

Llei financera estacionària

Interpretació:

Sota llei financera estacionària, podem assegurar que

$$f(T, T') = f(T + d, T' + d).$$

Només cal observar:

- $f(T, T') = A^{T'-T}$
- $f(T + d, T' + d) = A^{(T'+d)-(T+d)} = A^{T'+d-T-d} = A^{T'-T}$

És a dir, la variació que pugui experimentar un capital en transcórrer per exemple 4 anys, serà la mateixa tant si el període va del 2007 al 2011 com si va del 2010 al 2014. Allò realment important és l'interval de temps transcorregut i no el moment en que es situa aquest interval.

Llei financera dinàmica

Una **llei financera dinàmica**, i concretament una llei financera dinàmica de primer grau, es caracteritza perquè el preu és lineal. És a dir, $\rho(\tau) = a + b\tau$.

Llavors, el factor financer és

$$f(T, T') = e^{\int_T^{T'} \rho(\tau) d\tau} = e^{\int_T^{T'} (a+b\tau) d\tau} = e^{a(T'-T)} \cdot e^{b\frac{T'^2-T^2}{2}}$$

$$f(T, T') = A^{T'-T} \cdot B^{\frac{T'^2-T^2}{2}} \quad \text{on } A = e^a \text{ i } B = e^b$$

Llei financera dinàmica

Sabem doncs que $f(T, T') = A^{T'-T} \cdot B^{\frac{T'^2 - T^2}{2}}$.

Però, **com han de ser la A i la B ?**

Donat que el preu en qualsevol operació ha de ser positiu i que

$A = e^a$ implica que $a = \ln A$ i que

$B = e^b$ implica que $b = \ln B$,

cal exigir $\rho(\tau) = a + b\tau = \ln A + \ln B \cdot \tau > 0$.

Per tant, haurem d'exigir que $B > A^{\frac{-1}{\tau}}$ per tota τ . Concretament per $\tau = T'$, $B > A^{\frac{-1}{T'}}$.

D'altra banda, podem trobar el diferiment T^* en el que el preu s'anul·la, és a dir, quan $\rho(T^*) = \ln A + \ln B \cdot T^* = 0$.

Aquest diferiment és $T^* = -\frac{\ln A}{\ln B}$.

Llavors haurem d'exigir $T' \leq T^*$.

Llei financera dinàmica

Interpretació:

Sota llei financera dinàmica, podem assegurar que

$$f(T, T') \neq f(T + d, T' + d).$$

És a dir, la variació que pugui experimentar un capital en transcórrer per exemple 4 anys, serà diferent si el període va del 2007 al 2011 que si aquest va del 2010 al 2014.

Per una banda cal tenir en compte l'interval de temps transcorregut i , per l'altra, cal tenir en compte el moment en que es situa aquest interval, ja que en aquest cas el preu està en funció del temps (τ).