

Problemas

Especificació de problemes

1.1 Problemes resolts

Problema 1

Direm que una taula $a[1..n]$ d'enters, amb $n \geq 0$, és gaspariforma si totes les seves sumes parcials són no negatives i la suma total és igual a zero. S'anomena suma parcial a tota suma $a[1] + \dots + a[i]$, amb $1 \leq i \leq n$. Especifiqueu una funció que donats una taula a d'índex $[1..MAX]$, on MAX és una constant natural, i un enter positiu n determini si la taula $a[1..n]$ és o no gaspariforma. Quin valor ha de retornar la funció quan $n = 0$?

Solució:

$P = \{a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..MAX] \text{ inicialitzada } \wedge 0 \leq n \leq MAX\}$

funció és `_gaspariforma`(ent a : taula $[1..MAX]$ d'enter, n : enter) retorna (gaspariforma: boolea)

$Q = \{ \text{gaspariforma} = (\forall i : 1 \leq i \leq n. \sum_{k=1}^i a[k] \geq 0) \wedge (\sum_{k=1}^n a[k] = 0) \}$

Quan $n = 0$ la taula està buida i, per tant, és gaspariforma. A la postcondició amb $n = 0$ el quantificador universal s'aplica sobre el conjunt buit sent el resultat de l'avaluació el valor de veritat cert.

Problema 2

Sigui,

funció és `_capicua`(ent a : taula $[1..MAXC]$ de caràcter, $n1, n2$: enter)

retorna (capicua: boolea)

la capçalera d'una funció que té com a paràmetres d'entrada una taula de caràcters, a , d'índex $[1..MAXC]$, on $MAXC$ és una constant natural, i dos valors enters, $n1$ i $n2$, pertanyents a l'interval $[1..MAXC]$, i que dona com a sortida, sobre la variable booleana `capicua`, el valor de veritat cert si els valors continguts a la taula per als índex $[n1..n2]$ formen una seqüència de caràcters capicua, i fals en un altre cas. Especifiqueu la funció `_capicua`. Quin valor ha de retornar la funció quan $n1 > n2$?

Solució:

$P = \{a \text{ és una taula de caràcters d'índex } [1..MAXC] \text{ inicialitzada } \wedge 1 \leq n1 \leq MAXC \wedge$

$\wedge 1 \leq n2 \leq MAXC\}$

funcio és_capicua(ent a: taula [1..MAXC] de caracter, n1,n2: enter)

retorna (capicua: boolea)

$$Q = \{ \text{capicua} = \forall i : 1 \leq i \leq (n2 - n1 + 1) \text{div} 2. a[n1 + i - 1] = a[n2 - i + 1] \}$$

Quan $n1 > n2$ la seqüència no conté cap caràcter i , per tant, és capicua. A la postcondició amb $n1 > n2$ el quantificador universal s'aplica sobre el conjunt buit sent el resultat de l'avaluació el valor de veritat cert.

Problema 3

Especifiquen una funció que donat un enter x determini si és parell i positiu.

Solució:

$$P = \{ x = X \}$$

funcio és_parell_positiu(ent x: enter) retorna (parell_positiu: boolea)

$$Q = \{ x = X \wedge \text{parell_positiu} = (x > 0 \wedge x \bmod 2 = 0) \}$$

Problema 4

Direm que una taula $a[1..N]$ d'enters és completa fins a la posició n , sent $1 \leq n \leq N$, si algun dels seus elements és complet per a n . L'element $a[i]$, amb $1 \leq i \leq N$, és complet per a n si $a[i] = \sum_{k=1}^n a[k]$. Especifiquen una funció que donats a i n , determini si la taula $a[1..N]$ és o no completa fins a la posició n .

Solució:

$$P = \{ a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..N] \text{ inicialitzada } \wedge 1 \leq n \leq N \}$$

funcio és_completa(ent a: taula [1..N] d'enter, n: enter) retorna (completa: boolea)

$$Q = \{ \text{completa} = (\exists i \in \{1..N\}. a[i] = \sum_{k=1}^n a[k]) \}$$

Problema 5

Direm que una taula de valors enters m i índex $[1..N, 1..N]$, amb $N > 0$, és idènticament sumable a un enter k si la suma dels valors que componen qualsevol filera o columna és k . Especifiquen una funció que esbrini si una taula d'entrada és idènticament sumable a un enter k .

Solució:

$$P = \{ m \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..N, 1..N] \text{ inicialitzada } \wedge N > 0 \wedge k = K \}$$

funcio és_id_sumable(ent m: taula [1..N, 1..N] d'enter, k: enter)

retorna (sumable: boolea)

$$Q = \{k = K \wedge \text{sumable} = (\forall j : 1 \leq j \leq N. (\sum_{i=1}^N m[j][i] = k \wedge \sum_{i=1}^N m[i][j] = k))\}$$

Problema 6

S'anomena punt de sella d'una matriu a un element que és mínim a la seva fila i màxim a la seva columna. En el cas en què els elements de la matriu són tots diferents, si existeix un punt de sella aquest és únic.

Sigui

funcio punt_sella(ent a: taula [1..N,1..P] d'enter) retorna (s: taula [1..2] d'enter)

la capçalera d'una funció que donada una matriu d'enters a de dimensió $N * P$, on N i P són constants naturals, i amb tots els elements diferents determina si existeix un punt de sella a la matriu. En cas afirmatiu, retorna sobre el paràmetre s les coordenades corresponents a l'element punt de sella i, en un altre cas, retorna el parell (-1,-1).

Especifiqueu la funció punt_sella.

Solució:

$P = \{a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..N,1..P] \text{ inicialitzada } \wedge N > 0 \wedge P > 0 \wedge$

$$\wedge \forall i,j,k,l : 1 \leq i \leq N \wedge 1 \leq j \leq P \wedge 1 \leq k \leq N \wedge 1 \leq l \leq P.$$

$$\cdot ((i \neq k \vee j \neq l) \Rightarrow a[i,j] \neq a[k,l])\}$$

funcio punt_sella(ent a: taula [1..N,1..P] d'enter) retorna (s: taula [1..2] d'enter)

$$Q = \{\exists i,j : 1 \leq i \leq N \wedge 1 \leq j \leq P. (\text{condició_punt_sella}(a,i,j) \wedge s[1] = i \wedge s[2] = j) \vee$$

$$\forall i,j : 1 \leq i \leq N \wedge 1 \leq j \leq P. (\neg \text{condició_punt_sella}(a,i,j) \wedge s[1] = -1 \wedge$$

$$\wedge s[2] = -1)\}$$

Definim l'enunciat condició_punt_sella(a,i,j) de la forma següent:

$$\text{condició_punt_sella}(a,i,j) = \{\forall l : 1 \leq l \leq P. a[i,j] \leq a[i,l] \wedge \forall k : 1 \leq k \leq N.$$

$$\cdot a[i,j] \geq a[k,j]\}$$

Problema 7

Especifiqueu una funció que determini si un nombre enter positiu és o no perfecte. Un nombre perfecte és aquell que és igual a la suma de tots els seus divisors excepte ell mateix. Per exemple, el 6 és perfecte ja que els seus divisors són 1, 2, i 3, i $1+2+3=6$.

Solució:

$$P = \{n = N \wedge n > 0\}$$

funció és_perfecte(ent n: enter) retorna (perfecte: boolea)

$$Q = \{n = N \wedge \text{perfecte} = (n = \sum_{k \in \{1..n-1\}.n \bmod k = 0} k)\}$$

Problema 8

Direm que una taula $a[1..n]$ d'enters, amb $n \geq 0$, és melcioriforma si algun dels seus elements és "ros". L'element $a[i]$, amb $1 \leq i \leq n$, és ros si $a[i] = \sum_{k=1}^n a[k]$. Especifiqueu una funció que a partir d'una taula a d'índex $[1..MAX]$, on MAX és una constant natural, i un enter positiu n determini si la subtaula $a[1..n]$ és o no melcioriforma. Quin valor ha de retornar la funció quan $n = 0$?

Solució:

$$P = \{a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..MAX] \text{ inicialitzada } \wedge 0 \leq n \leq MAX\}$$

funció és_melcioriforma(ent a: taula $[1..MAX]$ d'enter, n: enter)

retorna (melcioriforma: boolea)

$$Q = \{\text{melcioriforma} = \exists i : 1 \leq i \leq n. \sum_{k=1}^n a[k] = a[i]\}$$

Quan $n = 0$ la taula està buida i, per tant, no conté cap element que sigui "ros". A la postcondició el quantificador existencial s'aplica sobre el conjunt buit sent el resultat de l'avaluació el valor de veritat fals.

Problema 9

Especifiqueu una acció que calculi sobre les variables c i r el cocient i el residu, respectivament, de la divisió entera dels enters positius a i b .

Solució:

$$P = \{a = A \wedge b = B \wedge A \geq 0 \wedge B > 0\}$$

acció divisió_entera(ent a,b: enter, sort c,r: enter)

$$Q = \{a = A \wedge b = B \wedge a = b * c + r \wedge r \geq 0 \wedge r < b\}$$

Problema 10

Sigui a una taula d'enters d'índex $[1..MAX]$, on MAX és una constant natural. Especifiqueu una funció que calculi sobre la variable de sortida m , el valor màxim de la subtaula $a[1..n]$ amb $1 \leq n \leq MAX$.

Solució:

$$P = \{a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..MAX] \text{ inicialitzada } \wedge 1 \leq n \leq MAX\}$$

funció màxim(ent a: taula [1..MAX] d'enter, n: enter) retorna (m: enter)

$$Q = \{(\forall i : 1 \leq i \leq n. m \geq a[i]) \wedge (\exists i : 1 \leq i \leq n. m = a[i])\}$$

Problema 11

Sigui a una taula d'enters d'índex [1..MAX], on MAX és una constant natural. Especifiqueu una funció que proporcioni sobre la variable de sortida j, l'índex del valor màxim de la subtaula a[1..n] amb $1 \leq n \leq MAX$. En cas de què el valor màxim apareixi dos o més cops a la taula, la funció retorna l'índex de la primera ocurrència.

Solució:

$$P = \{a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..MAX] \text{ inicialitzada } \wedge 1 \leq n \leq MAX\}$$

funció màxim(ent a: taula [1..MAX] d'enter, n: enter) retorna (j: enter)

$$Q = \{j \geq 1 \wedge j \leq n \wedge (\forall i : 1 \leq i \leq n. a[j] \geq a[i]) \wedge (\forall i : 1 \leq i \leq (j - 1). a[j] > a[i])\}$$

Problema 12

Especifiqueu una acció que a partir de dues taules d'enters a i b de dimensions [1..N], amb $N \geq 1$, construeixi una nova taula d'enters c de dimensió [1..2 * N].

Cada taula d'entrada, taules a i b, contindrà un valor inicial per a tot índex en el conjunt {1,..,N}, estarà ordenada creixentment i no contindrà valors duplicats. A més, un mateix valor enter no pot trobar-se emmagatzemat en ambdues taules.

La taula de sortida, taula c, haurà de contenir tots els valors enters de les taules d'entrada i cap altre, haurà d'estar ordenada creixentment i, evidentment, no contindrà valors duplicats.

Solució:

$$P = \{a \text{ i } b \text{ són dues taules d'enters d'índex } [1..N] \text{ inicialitzades } \wedge 1 \leq N$$

$$\wedge \forall i : 1 \leq i < N. (a[i] < a[i + 1] \wedge b[i] < b[i + 1]) \wedge \forall i : 1 \leq i \leq N.$$

$$(\forall j : 1 \leq j \leq N. a[i] \neq b[j])\}$$

acció construir_taula(ent a, b: taula [1..N] d'enter ; sort c: taula [1..2 * N] d'enter)

$$Q = \{c \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..2 * N] \wedge 1 \leq N$$

$$\wedge \forall i : 1 \leq i \leq N. (\exists j : 1 \leq j \leq 2 * N. a[i] = c[j]) \wedge \forall i : 1 \leq i \leq N.$$

$$(\exists j : 1 \leq j \leq 2 * N. b[i] = c[j]) \wedge \forall i : 1 \leq i \leq 2 * N. (\exists j : 1 \leq j \leq N.$$

$$(c[i] = a[j] \vee c[i] = b[j])) \wedge \forall i : 1 \leq i < 2 * N. c[i] < c[i + 1]\}$$

Problema 13

Diem que una taula d'enters a de dimensió $[1..N]$, amb $N \geq 1$, que no conté valors duplicats està ordenada creixentment de forma local a l'índex k , amb $1 \leq k \leq N$, si els valors a la taula a per als índex $1..(k - 1)$ són més petits que $a[k]$ i els valors a la taula a per als índex $(k + 1)..N$ són més grans que $a[k]$.

Per exemple, la següent taula d'enters :

a	-3	5	1	3	7	11	9	17
---	----	---	---	---	---	----	---	----

està ordenada creixentment de forma local als índex 1, 5 i 8.

Especifiquem una funció, anomenada `ordenada_localment_índex`, que a partir d'una taula d'enters a de dimensió $[1..N]$, $N \geq 1$, inicialitzada de manera que no conté valors duplicats i d'un enter k , $1 \leq k \leq N$, indiqui si aquesta es troba ordenada creixentment de forma local a l'índex k .

Solució:

$P = \{a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..N] \text{ inicialitzada } \wedge 1 \leq N$

$\wedge \forall i, j : 1 \leq i, j \leq N. (i \neq j \Rightarrow a[i] \neq a[j]) \wedge 1 \leq k \leq N\}$

funció `ordenada_localment_índex`(ent a : taula $[1..N]$ d'enter, k : enter)

retorna (`ordenada_k`: booleà)

$Q = \{ordenada_k = \forall i : 1 \leq i \leq k - 1. a[i] < a[k] \wedge \forall i : k + 1 \leq i \leq N. a[i] > a[k]\}$

Problema 14

Seguint amb la línia del problema anterior, estem interessats en especificar una funció, la qual anomenarem `ordenada_localment`, que a partir d'una taula d'enters a de dimensió $[1..N]$, $N \geq 1$, inicialitzada de manera que no conté valors duplicats, generi com a sortida una estructura de dades que indiqui si la taula d'enters a està ordenada creixentment de forma local per a cada índex k en el rang $1..N$.

Solució:

$P = \{a \text{ és una taula d'enters d'índex } [1..N] \text{ inicialitzada } \wedge 1 \leq N$

$\wedge \forall i, j : 1 \leq i, j \leq N. (i \neq j \Rightarrow a[i] \neq a[j]) \wedge 1 \leq k \leq N\}$

funció `ordenada_localment`(ent a : taula $[1..N]$ d'enter)

retorna (`ordenada_l`: taula $[1..N]$ de booleà)

$$Q = \{\forall i : 1 \leq i \leq N.(\text{ordenada_l}[i] = \text{ordenada_localment_index}(a,i))\}$$

Problema 15

En aquest problema estem interessats en especificar una nova funció, que anomenarem `ordenada_creixentment`, la qual tindrà com a paràmetre d'entrada l'estructura de dades generada per la funció `ordenada_localment` del problema anterior i establirà com a sortida si la taula d'enters que va ser aplicada com a entrada a la funció `ordenada_localment` estava ordenada creixentment.

Solució:

$$P = \{\forall i : 1 \leq i \leq N.(\text{ordenada}_1[i] = \text{cert} \vee \text{ordenada}_1[i] = \text{fals}) \wedge 1 \leq N\}$$

funció `ordenada_creixentment`(ent `ordenada_1`: taula [1..N] de booleà)

retorna (`ordenada`: booleà)

$$Q = \{\text{ordenada} = \forall i : 1 \leq i \leq N.(\text{ordenada_l}[i] = \text{cert})\}$$

Problema 16

Especifiqueu una funció que determini si dues seqüències de caràcters són iguals. Les seqüències de caràcters estan marcades amb el caràcter '.', tenen una llargada màxima `MAXSEQ`, amb $\text{MAXSEQ} \geq 1$, i es troben emmagatzemades en dues taules `a` i `b` de dimensions [1..`MAXSEQ` + 1].

Solució:

$$P = \{\exists i : 1 \leq i \leq \text{MAXSEQ} + 1.(\text{a}[i] = '.' \wedge \forall j : 1 \leq j < i. \text{a}[j] = \text{A}[j] \neq '.') \wedge \exists i : 1 \leq i \leq \text{MAXSEQ} + 1.(\text{b}[i] = '.' \wedge \forall j : 1 \leq j < i. \text{b}[j] = \text{B}[j] \neq '.')\}$$

funció `són_iguals`(ent `a`, `b`: taula [1..`MAXSEQ` + 1] de caràcter)

retorna (`iguals`: booleà)

$$P = \{\exists i,j : 1 \leq i,j \leq \text{MAXSEQ} + 1.(\text{a}[i] = '.' \wedge \text{b}[j] = '.' \wedge \forall k : 1 \leq k < i. \text{a}[k] = \text{A}[k] \neq '.' \wedge \forall k : 1 \leq k < j. \text{b}[k] = \text{B}[k] \neq '.' \wedge \text{iguals} = (i = j \wedge \forall k : 1 \leq k < i. \text{a}[k] = \text{b}[k]))\}$$

Problema 17

Donades les especificacions següents:

- $\{\forall i,j,k : 1 \leq i,j,k \leq N. t[i,j,k] = T[i,j,k] \wedge N \geq 1\}$

Funció `f1`(ent `t`: taula [1..N,1..N,1..N] de reals) retorna (`s`: booleà)

$$\{s = \forall k : 1 \leq k < N. \forall i : 1 \leq i \leq N. t[i,i,k] = t[i,i,k + 1]\}$$

- $\{\forall i,j,k : 1 \leq i,j,k \leq N. t[i,j,k] = T[i,j,k] \wedge N \geq 1\}$

Funció f2(ent t: taula [1..N,1..N,1..N] de reals) retorna (s: booleà)

$$\{s = \forall k : 1 \leq k \leq N. \forall j : k + 1 \leq j \leq N. \forall i : 1 \leq i \leq N. t[i,i,k] = t[i,i,j]\}$$

Determineu si ambdues especificacions són equivalents?. Quin problema descriu cadascuna?.

Solució:

Les especificacions són equivalents i es corresponen amb el problema de determinar si la diagonal principal de totes les subtaules quadrades contingudes en la taula tridimensional t són iguals.

1.2 Problemes proposats

Problema 18

Donada l'especificació següent:

$$P = \{\forall k \in \{1..N\}. v[k] = V[k] \wedge i = I \wedge j = J \wedge 1 \leq i \leq N \wedge 1 \leq j \leq N \wedge i \leq j + 1\}$$

funció taula(ent v: taula [1..N] de caràcters, ent i,j: enter)

retorna (v': taula [1..N] de caràcters)

$$Q = \{\forall k \in \{1..N\}. v[k] = V[k] \wedge i = I \wedge j = J \wedge \forall k \in \{1..i-1\}. v'[k] = v[k] \wedge$$

$$\wedge \forall k \in \{j+1..N\}. v'[k] = v[k] \wedge \forall k \in \{0..j-i\}. v'[i+k] = v[j-k]\}$$

Es demana que dissenyeu, en el llenguatge algorísmic vist al llarg del curs, la funció taula. Quina és la sortida que genera la funció quan $i = j + 1$?

Problema 19

Sigui a una taula d'enters d'índex [1..MAX], on MAX és una constant natural. Especifiqueu una funció que retorni un valor booleà que indiqui si la subtaula a[1..n] està o no ordenada creixentment. Proposar a la precondició límits adequats per a n.

Problema 20

Especificar una funció que, donat un natural a, retorni l'arrel quadrada entera de a.

Problema 21

Direm que un número natural és "guay", si és igual a la suma de un cert nombre de naturals consecutius començant per l'1. Els tres primers números guays són 1, $3=1+2$ i $6=1+2+3$. Especifiqueu una funció que, donat un número natural n, decideixi si és o no guay.

Problema 22

Direm que un número natural és “superguay”, si és igual a la suma de un cert nombre de naturals consecutius començant per qualsevol natural i acabant per qualsevol natural més petit que ell mateix. Els tres primers números superguays són $3=1+2$, $5=2+3$, $6=1+2+3$. Especifiqueu una funció que, donat un número natural n , decideixi si és o no superguay.

Problema 23

Especifiqueu una funció que, donades dues matrius a i b de $n \times n$ elements, retorni una matriu c amb el producte matricial de a i b . Repetir l’especificació considerant que el resultat es retornat sobre la pròpia matriu a .

Problema 24

Especifiqueu una funció que indiqui si un natural n és o no un quadrat perfecte.

Problema 25

Sigui a una taula d’enters d’índex $[1..MAX]$, on MAX és una constant natural. Especifiqueu una funció que indiqui si la taula conté algun valor que coincideix amb la posició que ocupa.

Problema 26

Sigui a una taula d’enters d’índex $[1..MAX]$, on MAX és una constant natural. Especifiqueu una funció que indiqui si tots els valors de a són diferents.

Problema 27

Especifiqueu una funció que determini si l’enter n és o no parell.

Problema 28

Considerem les dues especificacions següents:

$$\begin{array}{l} \{ \text{enters}(x,y,z) \wedge P \} \{ \text{enters}(x,y,z) \wedge P \} \\ \text{si} \quad \quad \quad S_2; \\ \quad x \geq y \rightarrow S_2; S_0 \quad \text{si} \\ \quad y > x \rightarrow S_2; S_1 \quad x \geq y \rightarrow S_0 \\ \text{fsi} \quad \quad \quad y > x \rightarrow S_1 \\ \{ Q \} \quad \quad \quad \text{fsi} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \{ Q \} \end{array}$$

- Són equivalents per a qualsevol seqüència d’instruccions S_2
- No són equivalents per a cap S_2
- Existeix alguna S_2 per a la qual no són equivalents
- La seva equivalència depèn de P i de Q .

Problema 29

Donades les dues especificacions següents:

Especificació A:

$\{\text{enters}(x,y) \wedge (y = 2x \vee y = -2x + 1)\}$

si

$y \bmod 2 = 0 \rightarrow x := x - y;$

$y \bmod 2 = 1 \rightarrow x := x + y;$

fsi

$y := y + 1$

$\{y = 2x \vee y = -2x + 1\}$

Especificació B:

$\{\text{enters}(x,y)\}$

mentre $(x < y) \vee (y < x)$ fer

si

$x < y \rightarrow x := y; y := x;$

$y \bmod 2 = 1 \rightarrow y := x; x := y;$

fsi

fmentre

$\{x = y\}$

- L'especificació A és correcta mentre que la B és incorrecta
- L'especificació A és correcta i la B també
- L'especificació A és incorrecta mentre que la B és correcta
- L'especificació A és incorrecta i la B també

Problema 30

Donada la següent acció:

```
char *f(char s[])
{ int i;
  i=0;
  while (s[i]!='\0')
  { if(s[i]=='a') s[i]='b';
```

```

    i=i+1;
  }
  return s;
}

```

I el següent programa principal:

```

main()
{ char t[20],c[20];
  scanf("%s",t);
  (*)
}

```

Quina de les següents instruccions introduïda a la funció main() a la posició marcada amb (*) dóna lloc a un programa correcte?.

- c[0]=f(t);
- c[0]= &f(t);
- c=f(t);
- Cap de les anteriors.

Problema 31

Diem que una seqüència de naturals és bítona si es pot obtenir com la concatenació de dues subseqüències: la primera, ordenada ascendentment i la segona ordenada descendentment.

Com a exemple, les següents seqüències són bítones:

$s = \{1,3,4,7,10,9,6\}$
 $s = \{1,3,4,7,7,10,9,6\}$ (les seqüències no han de ser necessàriament ascendents o descendents estrictes).
 $s = \{1,3,4,7,10\}$ (en aquest cas, la subseqüència descendent seria la seqüència buida).
 $s = \{9,6\}$ (en aquest cas, la subseqüència ascendent seria la subseqüència buida).
 $s = \{3,3,3,3,3,3\}$

En canvi, la següent no seria bítona:

$s = \{3,4,5,3,6,8\}$

Especifiqueu un algorisme que, a partir d'una seqüència de naturals determini si és una seqüència bítona.

Problema 32

Suposeu que tenim l'especificació següent:

v : vector $[1..N+1]$ de caràcter; $P = \{v[1..N] = V [1..N] \wedge N \geq 1\}$
cerca_a;
 $Q = \{\text{trobad_a} = (\exists j : 1 \leq j \leq N \cdot v[j] = 'a')\}$

I proposem l'algorisme següent per satisfer-la:

algorisme cerca_a és

$v[N + 1] := 'a'$;

$i := 1$;

mentre [1] fer

$i := i + 1$;

fmentre

[2];

falgorisme

Quines instruccions co"locaries a [1] i a [2]?

- [1]: $(i \leq N)$ [2]: trobada_a := $(v[i] = 'a')$;
- [1]: $(i \leq N \vee v[i] \neq 'a')$ [2]: trobada_a := $(v[i] = 'a')$;
- [1]: $v[i] \neq 'a'$ [2]: trobada_a := $(i \leq N)$;
- Cap de les anteriors.

Quin és l'invariant del bucle?

- $\{\forall j : 1 \leq j < i \cdot v[j] \neq 'a' \wedge 1 \leq i \leq N + 1\}$
- $\{\forall j : 1 \leq j \leq i \cdot v[j] \neq 'a' \wedge 1 \leq i \leq N + 1\}$
- $\{\forall j : 1 \leq j \leq N \cdot i := i + 1 \wedge v[i] \neq 'a'\}$
- $\{\forall j : 1 \leq j < N \cdot i := i + 1 \wedge v[i] \neq 'a' \wedge 1 \leq i \leq N\}$

Problema 33

Donat un vector d'enters, anomenem replà a una llista de posicions consecutives del vector que tenen el mateix valor associat.

Com a exemple, considerem el següent vector:

123456789101112

1	5	5	5	5	7	7	7	9	19	19	20
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

En aquest vector tenim:

- Un replà de longitud 4 entre els índexos 2 i 5.

- Un replà de longitud 3 entre els índexos 6 i 8.
- Un replà de longitud 2 entre els índexos 10 i 11.
- Tres replans de longitud 1 als índexos 1, 9 i 12 respectivament.

En aquest cas hi ha un únic replà de longitud màxima; és el situat entre els índexos 2 i 5 i té longitud 4, però en general n'hi podria haver varis.

Especifiqueu una acció replà que, donat un vector d'enters v , inicialitzat entre els seus índexos 1 i N ($N \geq 1$) i ordenat ascendentment entre aquests índexos, co"loqui a una variable entera inici l'índex de v (entre 1 i N) on comença un replà qualsevol de longitud màxima de v i a una altra variable entera final l'índex de v (entre 1 i N) allà on acaba el mateix replà.

Problema 34

Suposeu que utilitzem un vector per representar un polinomi a coeficients enters de la manera següent: co"locarem el coeficient del terme de grau i del polinomi a l'índex i del vector. A més a més, usarem un natural per tal de guardar el grau del polinomi.

Especifica una funció avalua que tingui com a paràmetres un polinomi representat d'aquesta manera i un enter a que indicarà el valor on s'ha d'avaluar el polinomi. La funció retornarà en un enter el resultat de l'avaluació del polinomi en a .

Indicació: En fer l'especificació considera que el natural que representa el grau del polinomi haurà de tenir alguna restricció respecte la mida del vector.