

---

## Uma fala no ambiente escolar: legitimando significados algébricos

---

**Antonio José Lopes (*Bigode*)**

Centro de Educação Matemática (CEM), São Paulo  
bigode@pentaminos.mat.br

**Joaquín Giménez**

Universidade de Barcelona, Barcelona, Espanha  
quimgimenez@ub.edu

**Yuly Vanegas**

Universidade de Barcelona, Barcelona, Espanha  
ymvanegas@ub.edu

### Resumo

Neste artigo, o propósito é re- visar (=olhar de novo) a fala de alunos de 13 anos enquanto resolviam situações relacionais que levam ao pensamento algébrico. Para isso utilizamos o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) para identificar elementos do conhecimento matemático que prevalecem nos alunos, quando deixamos que eles falem com liberdade, inquirindo, fazendo conjecturas e argumentando. O MCS permite que se reflita sobre a importância da escuta e como se legitima a fala e a produção de alunos no processo de fazer matemática em sala de aula quando enfrentam tarefas ricas e significativas. As experiências aqui relatadas fazem parte de um projeto de pesquisa sobre o que foi chamado de um ambiente de aula de inspiração lakatosiana (LOPES, 2016). Em particular, nos interessamos pela qualidade da produção científica/matemática das falas dos alunos nesse ambiente.

**Palavras-chave:** Produção de Significados. Legitimidade. Modelo dos Campos Semânticos. Ambiente de Inspiração Lakatosiana. Fazer Matemático.

---

## A speech in the school environment: legitimizing algebraic meanings

---

### Abstract

In this article, the purpose is to re-aim (= look again) the speech of 13-year-old students while solving relational situations that lead to algebraic thinking. For this we use the Semantic Field Model (MCS) to identify elements of mathematical knowledge that prevail in students, when we let them speak freely, asking questions, making conjectures and arguing. The MCS allows us to reflect on the importance of listening and how students' speech and production are legitimated in the process of doing math in the classroom when they face rich and meaningful tasks. The experiences reported here are part of a research project about what has been called a lakatosian-inspired classroom environment (LOPES, 2016). In particular, we are interested in the quality of the scientific / mathematical production of students' speeches in this environment.

**Keywords:** Production of Meanings. Legitimacy. Model of Semantic Fields. Lakatosian Inspiration Environment. Mathematical Making.

## Introdução

*Onde seja que fiques, amigo Romulo,... nós textualizamos e compartilhamos significados*

Produzir significado é falar a respeito de um objeto (LINS; GIMÉNEZ, 1997). Esta fala é livre, não pré-dirigida. Faz parte de um movimento de pessoas que orientam a fala e a modificam. Se não há movimento, não há conhecimento. Se não há justificativa não há conhecimento. Legitimar, nesse contexto, é reconhecer que a fala do outro valeu à pena. Há tempos que já sabemos o que acontece quando estamos envolvidos no âmbito de uma investigação em que pesquisamos sem ter uma resposta *a priori*. A escola em que nos formamos não nos ensinou a fazer isso. Mas além das amizades, a reflexão conjunta fez que achássemos, já há algum tempo, que pesquisar nos movimenta e dá oportunidade para que nossa fala atinja o outro. Isso envolve respeito e intencionalidade de intervir em uma interação (LINS, 2008) de natureza cognitiva e comunicativa. É neste contexto de pesquisa que a gente tenta se envolver com alunos de quaisquer idades. Não é a pergunta do professor o que movimenta, mas a intencionalidade de fazer dela um ato de comunicação que o “outro” vai ter legitimidade para falar e nós, de ouvir.

O propósito deste artigo é re-visar (= olhar de novo) a fala de alunos de 13 anos quando resolviam situações relacionais que, de nossa perspectiva, levam ao pensamento algébrico. Para isso recorreremos ao Modelo dos Campos Semânticos, MCS, um modelo epistemológico desenvolvido por Romulo Campos Lins (1955-2017) utilizado como referencial teórico/metodológico para interpretar fenômenos que ocorrem nos processos de ensino e de aprendizagem e didáticos. Neste estudo usamos o MCS para identificar elementos do conhecimento matemático que prevalece nos alunos, quando garantimos que eles falem com liberdade. As experiências aqui relatadas fazem parte de um trabalho de pesquisa que discute o que foi chamado de Ambiente (de aula) de Inspiração Lakatosiana – AIL (LOPES, 2016). Em particular, nos interessamos pela qualidade da produção científica/matemática das falas dos alunos nesse ambiente.

## O enfoque comunicativo, a legitimidade e o MCS

As direções de um texto pressupõem a existência de diversos interlocutores criados durante o processo comunicativo por esses comunicantes que se revezam nos papéis de autor e leitor (LINS, 2012). Nesse contexto, entendemos que as produções de significado de alunos, que escrevem sobre

os episódios que ocorrem em sala de aula, mostram características fortes de uma construção própria e autoral, considerando a atividade comunicativa que faz parte do processo. É a justificação que torna a enunciação legítima, ou seja, que permite a um sujeito dizer em que acredita e porque acredita (GIMÉNEZ; LINS, 1997; LINS, 1999). O importante é que no espaço comunicativo não nos afastemos demais (LINS, 1999). E aí entra em jogo a questão da legitimidade, isto é, o que é legítimo ou não dizer em determinadas situações. A constituição de objetos é outro elemento central no MCS (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 145-146). E objeto é algo para o qual se produz significado no sentido acima (LINS, 2008).

Assim, quando esses significados têm convergência com os significados intencionais do professor, podemos dizer que houve legitimidade conjunta. No MCS a noção de comunicação é substituída pela noção de espaço comunicativo, que é um processo de interação no qual interlocutores são compartilhados. Em uma inversão conceitual, “comunicação” não corresponde mais a algo do tipo “duas pessoas falando uma para outra”, e sim a “dois sujeitos cognitivos falando na direção de um mesmo interlocutor” (LINS, 2012, p.24).

Consideramos que nossa leitura das falas de alunos das séries finais do Ensino Fundamental é importante por constatarmos que o número de pesquisas que levam em consideração tais falas, sem focar a lente na aprendizagem de determinado conteúdo ou na receptividade de alguma metodologia, ainda é incipiente no campo da Educação Matemática (ANGELO, 2012).

### **Metodologia de aula: Um ambiente de inspiração lakatosiana**

A seguir, reconhecemos que no trabalho que ocorre na sala de aula, a linguagem, as palavras, as enunciações assumem papel importante na construção de conhecimento pelos alunos ao longo do trabalho escolar. Por meio das enunciações dos interagentes, há a possibilidade de acesso a outras formas legítimas de falar sobre algo, de construir novos significados e objetos, em um movimento de produção de significados em que um sujeito faz suas enunciações a partir dos resíduos de enunciações de outros, em um ambiente que possibilita encontros. Esta forma de ver as interações propõe que os alunos escrevam sobre seus saberes, suas descobertas e hipóteses, bem como os saberes e falas de seus colegas, em forma de um instrumento de registro, de natureza metacognitiva, denominado *redação-avaliação*. É neste ambiente que se desenvolve a nossa pesquisa. Na pesquisa ampla (LOPES, 2016) recolhemos muitas evidências de que o processo foi realmente coletivo e colaborativo. A partir de nossa análise (não definida aqui), podemos dizer que cada aluno compreendeu o motivo da atividade do outro, pois ele legitimou a enunciação dela a partir de

gestões sucessivas das dificuldades e ainda a questionou acerca do uso de sua construção durante as aulas.

Entre as várias observações que fizemos quando investigamos os ambientes de inspiração lakatosiana, estão as seguintes: a problematização é um princípio importante, não só porque os alunos estão propondo problemas com enunciações claras para todos, mas porque as proposições, as declarações construídas e terceirizadas apresentadas a um processo de provas e refutações inspiradas por Lakatos (1976), como um ambiente de "verdades provisórias". Este processo não está longe do que expõe Soury-Lauvergne (2007) e o próprio Romulo Lins, não só em seus escritos e palestras, mas também nas várias produções científicas que orientou. Se considera o erro como uma situação real que é explorado como conteúdo. A institucionalização não permanece nas mãos somente do professor, uma vez que o valor da verdade é validado pelo modelo que aceita o que não foi refutado e rejeita o que um argumento conseguiu refutar. Os recursos desempenham um papel diferente do habitual, nos quais a lousa não é mais o local exclusivo de registro e encontro das ideias matemáticas, mas principalmente o caderno. Uma apresentação exemplificada do ambiente pode se ver no artigo que descreve e analisa a dinâmica de uma aula em que os alunos tentam resolver um problema sobre o ângulo formado pelos ponteiros de um relógio (LOPES, 1987; 1988).

Nosso trabalho baseia-se nos textos produzidos pelos alunos, chamados de Redação-Avaliação (LOPES, 2000). Esse tipo de atividade regulatória, na escrita de textos dos alunos como elementos de reflexão, contribui para gerar respeito pelo grupo e os indivíduos que se sentem construtores de significados institucionais. Uma característica especial destes textos é que eles procuram ter uma intencionalidade didática, uma produção escrita dirigida para um leitor/audiência.

O uso de recursos e valorização para a estética na descrição matemática é valorizado de tal forma, que dá uma tonalidade "pedagógica". Foi observado no uso de diferentes recursos linguísticos e semióticos, a fim de garantir a comunicação com o público. Provocando legitimidade do trabalho de descoberta no interior do grupo.

No Ambiente de Inspiração Lakatosiana os alunos não foram obrigados a usar um modelo fechado para explorar/resolver os problemas estudados usando estratégias algébricas ou a regra de 3, e como tudo em geral ocorre, a utilização de métodos e/ou estratégias oficiais (tradicionais e ensinadas de modo prescritivo) ficam em um segundo plano, uma vez que os alunos não só se apropriam do espaço de sala de aula como um laboratório de estratégias e de formulação de proposições, mas também como uma usina de ideias e produções matemáticas. Uma das características da gestão deste ambiente é permitir que os alunos desenvolvam o trabalho com flexibilidade e sem a imposição de ter que chegar a um ponto final ou resultado, o que os alunos tendem a pensar que é o que é esperado pelo professor. No entanto, há uma visão curricular que

aprecia cada momento, se o que é dito na sala de aula está próximo ou distante de um objetivo importante do curso.

Neste tipo de trabalho de produção temos alcançado o que parece ser mais do que uma pesquisa humanista, nas palavras de Borasi (1991). Na verdade, o erro não é apenas usado como uma fonte de reflexão, mas também como um objeto de conhecimento, embora provisório (LOPES, 1987), mas, sobretudo, como um promotor de uma reflexão metacognitiva de alto nível – mesmo nas séries iniciais – provocando e legitimando o trabalho de descoberta do grupo. Assim, caracterizamos o AIL como um projeto didático-epistemológico que tem, entre outras, as seguintes características:

- A intervenção de baixo nível tende a desaparecer;
- Os alunos aumentam seu nível de implicação e, em consequência, aumentam sua a confiança e a autoestima, bem como o nível de participação, porque se sentem como sujeitos do processo e reconhecidos por todos os participantes (professores e alunos);
- Aceita-se e distingue-se a produção relevante daquela que não é;
- Integra-se a categorização e a organização do conhecimento;
- O professor atua como catalisador e organizador e não como proprietário confirmador e distribuidor de verdades; e
- A sala de aula é um laboratório de matemática, um laboratório que dispensa os objetos materiais (mediação). As ideias, proposições, conjecturas, refutações, validações e diversas explorações são o que constitui a matéria-prima deste laboratório.

Neste ambiente, o grupo admite que a investigação é a ação pedagógica mais adequada para trabalhar em sala de aula, desenvolvendo práticas matemáticas, quando o objetivo é fazer matemática.

### **Analisando uma atividade de pesquisa: Os números hexagonais**

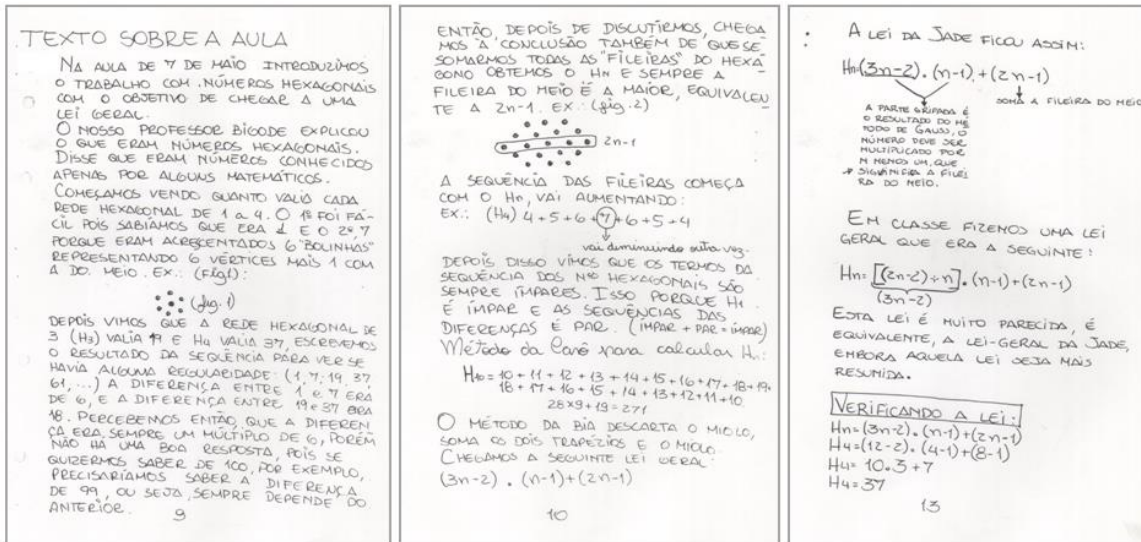
Neste estudo sobre a produção de conhecimento matemático de um grupo de alunos, procuramos marcas e outros elementos que indicam a influência do emocional e como interferem nas interações e na aprendizagem dos sujeitos as marcas do ambiente de inspiração lakatosiana. Os alunos analisados no AIL sempre enfrentam os problemas propostos pelo professor e também os que surgem da dinâmica da aula; em geral, não desistem e desenvolvem o hábito de problematizar se assumindo como protagonistas o papel que no ensino tradicional, em geral, é reservado ao professor ou ao livro didático.

Os elementos léxicos usados pelos alunos nas suas interações e escritos permitem fazer inferências sobre o afetivo e suas relações com o conhecimento produzido no coletivo. Em nossos estudos usamos ferramentas de análise de discurso, analisando a frequência e o modo que os personagens utilizam palavras como difícil, fácil, legal, bom, etc. e também os indícios de situações que mostram a valorização do outro, a confiança, a desconfiança, a impotência, a apreciação, etc.

Nos vários gêneros textuais que os alunos produzem no AIL e são analisados neste estudo, não há nenhuma marca de conversação autodestrutiva. Isso difere de muitos estudos, como o de Chacón (2000) que enfatizou a fala dos sujeitos em que investigou expressões como "tive a sensação que eu não poderia resolvê-lo", "parecia difícil", "senti medo se eu estava enganado", "estava um pouco inseguro". Contrariamente aos episódios analisados nos parágrafos anteriores as indicações são quase todas de uma perspectiva muito positiva e ativa, o que demonstra um envolvimento efetivo.

Os elementos de produção de significados matemáticos e os indícios das interações ocorridas nas aulas podem ser reconhecidos em um estudo que os alunos de 8º ano fizeram para descobrir a lei geral de um número hexagonal (LOPES, 2016), que foram registrados por meio de variados suportes, como por exemplo, na escrita de um livro sobre o processo em que os alunos visam uma audiência genérica, ou seja, não escrevem exclusivamente para o professor. No livro sobre "Números Hexagonais" os membros da equipe escreveram todo o texto na primeira pessoa do plural, com uma alta incidência de termos como: "nosso", "descobrimos", "esperamos", "começamos", "nós vimos", "nós percebemos", "nós fizemos", "nós pensamos", "nós tentamos", "nós aprendemos", "nós podemos", etc. Os alunos se apropriaram de uma linguagem mais formal "tentamos achar uma lei geral", "descobrimos que havia várias, e de vários pontos de vista". Também relacionaram com uma linguagem própria e comparativa, sugerindo reflexão sobre momentos distintos do processo de produção e descoberta, como "esperamos que possam usufruir, porque o assunto dos números hexagonais é muito curioso, e conseqüentemente interessante". Também é possível encontrar nos textos e nos cadernos a citação dos próprios colegas como um reconhecimento e legitimação do saber produzido

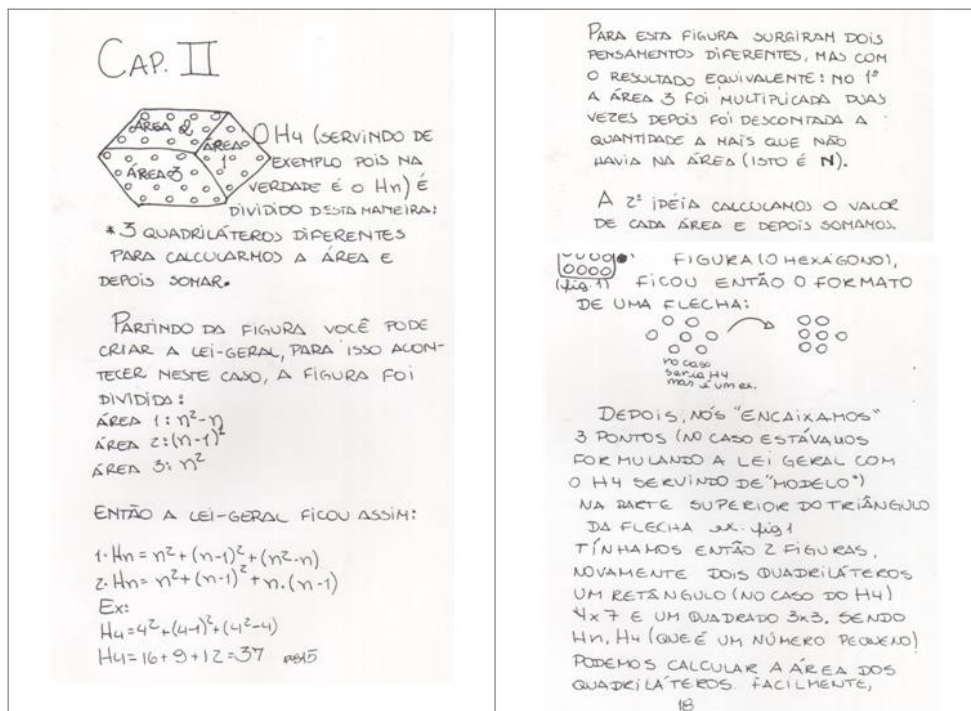
**Figura 1 – Três páginas iniciais do livro produzido por um dos grupos de alunos**



O texto tem as marcas de outras produções do grupo como todos com uma intenção didática manifesta e que se dirige para um público genérico, às vezes com um estilo com toques de humor com a intenção de manter a atenção e o diálogo com o leitor. Desde o início, o texto foi escrito como um “livrinho”, mostrando um interesse especial pela descoberta de regras e o processo de generalização.

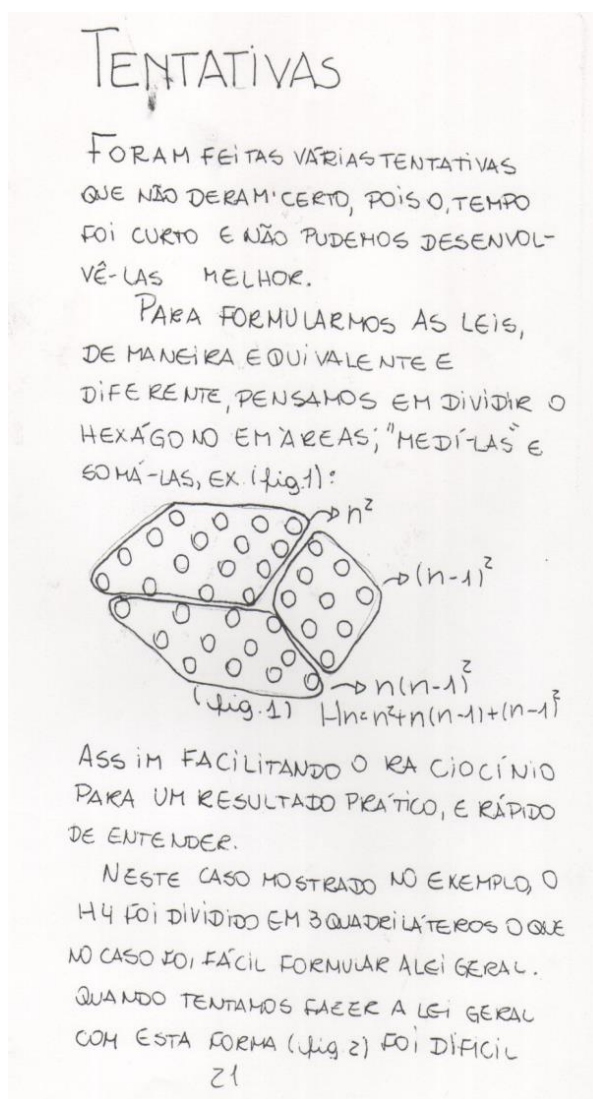
Os alunos fixaram um conhecimento resultante de um processo de investigação, que foi batizado como “A lei de Jade”:  $H = (3n - 2) \cdot (n + 1) + (2n - 1)$

Figura 2 – Páginas centrais que propõem processos de decomposição visual.



Os próprios alunos falam (valorando) sobre as TENTATIVAS que surgiram no processo de investigação, legitimaram-nas pela memória e o registro, como quem está a nos dizer que a descoberta não é um mero *insight* e sim resultado de um trabalho. Eles estão falando de regras visuais reconhecidas pelo caso particular, como caso geral (caso genérico no sentido de Balacheff). Porém, surpreende que falem de forma explícita.

Figura3 – Uma página do livro sobre números hexagonais



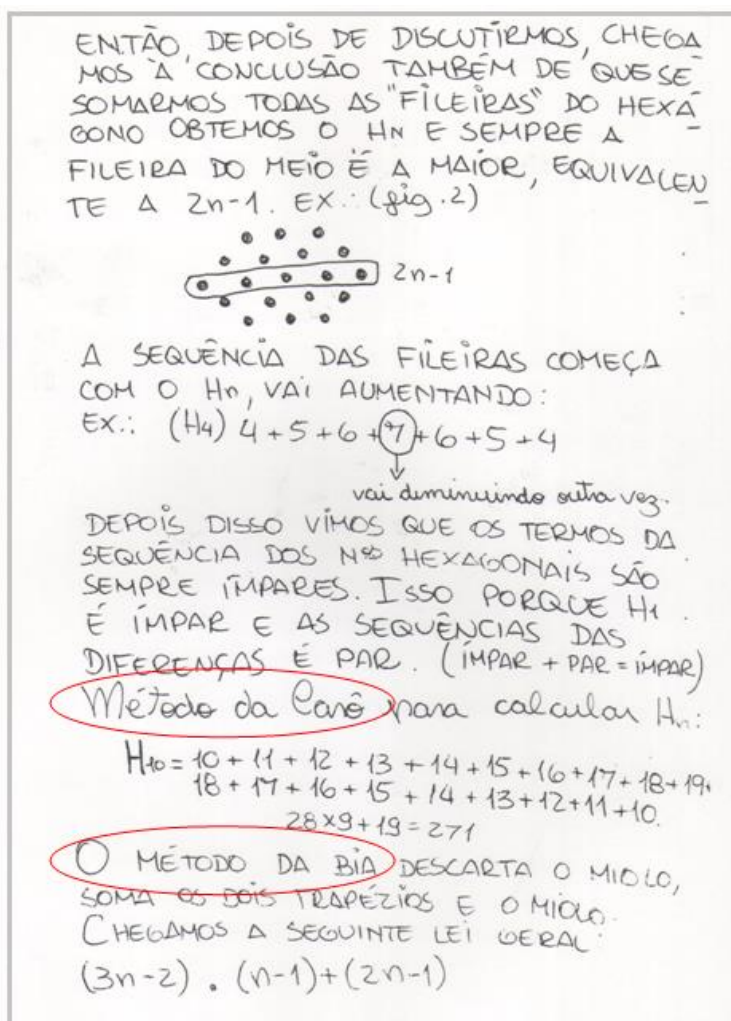
O modelo centra-se sobre a interação e a produção no coletivo. Isto não remove o foco dos estudantes individualmente, mas este foco privilegia o indivíduo no grupo, interagindo com seus pares. Nos vários textos produzidos pelos alunos e por nós analisados é possível perceber a ligação com a situação, o prazer da descoberta, a sensação de orgulho, tanto para suas próprias produções como as de seus colegas, o que é uma forte indicação do sentido da solidariedade e de pertença a uma comunidade, que pode ser entendida como uma comunidade de prática, embora entendamos que o AIL é muito mais que isto.



Uma indicação emblemática de que no todo há uma atitude muito positiva é o fato de que, independente de o professor propor problemas e desafios, os próprios alunos problematizam e desenvolvem ideias a partir de seu próprio desejo.

Uma das marcas do AIL é a abundância de tarefas ricas e significativas em que os problemas do mundo real ou da matemática são autênticos e realísticos no sentido freudenthaliano (tornar real na mente); de modo geral os problemas geram perguntas não convencionais e socialização das respostas e explicações (argumentações). Não há preocupação com uma verdade única a ser perseguida, uma vez que os alunos se sentem à vontade com o ambiente de verdades provisórias, o que contribui para desmistifiquem e mudem a imagem pública da matemática como uma ciência fechada em si com suas verdades já definidas *a priori*.

Figura 4 – Fragmentos de caderno com colegas citando colegas



De fato, nos casos analisados, percebe-se que aumenta a possibilidade de falência de alguns modelos anteriores que levam a condicionamentos que bloqueiam o envolvimento dos alunos nas tarefas. Pode-se perceber que os alunos melhoram seu autoconceito como aprendizes de

matemática, à medida que adquirem confiança, melhorando seus níveis como produtores de conhecimento matemático, porque se arriscam mais sem receios. A rotina neste tipo de ambiente muda as estruturas globais e cimenta uma nova cultura matemática.

### **O emocional no Ambiente de Inspiração Lakatosiana.**

As tarefas têm um papel especial porque são simples e podem responder a perguntas, inicialmente baseadas apenas na intuição. O que se torna complexo é o processo de problematização, com valorização das proposições e seus argumentos, como na tese-ficção do Lakatos, que tem como combustível a dinâmica de provas e refutações, a natureza das tarefas e a diversidade de respostas e produções dos alunos, tornando a experiência vivida como uma viagem em que você saboreia tudo.

No caso de alunos que apresentaram alguma dificuldade com a matemática, um pouco de ansiedade ou ritmo distinto da média do grupo para produzir uma resposta, não se observou desânimo porque no AIL os alunos se veem como pertencendo a uma comunidade, se apoiam uns nos outros, por meio das interações do coletivo e na produção para poder, assim, saltar para outro patamar de compreensão, refletem apreciando o ocorrido no coletivo e vibram com a produção do grupo. Coincidimos com Gómez Chacón (2000) que a ansiedade é um comportamento que provoca: medo excessivo de cometer falhas, pânico quando falta de memória, a ignorância sobre como persistir, o que contribui para diminuir o grau de atenção e implica interferência na concentração, memória e eficácia do raciocínio. Nossa hipótese sobre o desânimo e a frustração, que é comum quando os estudantes têm obstáculos frente uma tarefa tradicional em um contexto que valoriza o mérito pessoal, tende a ser diminuído no conjunto uma vez que a tarefa de enfrentar os problemas é um compromisso do coletivo seja como o grupão classe (todos os alunos de uma turma discutindo um mesmo tema ou problema) ou como subgrupos de trabalho e investigação. Em consequência, a energia negativa do processo é dispersa com a responsabilidade distribuída em vez de se concentrar em um indivíduo.

Neste ambiente, a dificuldade com a compreensão de um problema não é paralisante, o que poderia imobilizar os alunos, porque há consciência de que não existe uma única autoridade central com poder de legitimação (em geral, o professor onipresente). A responsabilidade de legitimar é do coletivo, quase homogêneo uma vez que eles são colegas com uma mesma gama de conhecimentos e experiências, o que dá tranquilidade e confiança. O grupo não é uma soma de corpos, o corpo é o grupo.

## Conclusões

A reflexão sobre o exemplo com os números hexagonais e outros estudados (LOPES, 2016) permitiu caracterizar um ambiente de interações e produção de conhecimento matemático que denominamos AIL como aquele que: (a) a problematização é continuada, em um ambiente de “verdades provisórias”; (b) o erro é considerado como uma provocação real e é explorado como conteúdo, uma hipótese ou um indício; (c) a institucionalização não permanece nas mãos somente do professor, o valor da verdade foi validado pelo modelo AIL que aceita o que não foi refutado e rejeita o que um argumento conseguiu refutar; (d) os recursos desempenham um papel diferente do habitual; (e) a criatividade matemática é constatável pelo uso de múltiplas representações, conexões intramatemáticas, flexibilidade.

Um projeto com estas características de estilo e os princípios que aqui tentamos descrever, agora olhado da perspectiva do MCS, tem como pressuposto olhar para onde os alunos estão olhando e produzindo com a intenção de conhecer as legitimidades que estão em jogo e os significados que estão sendo produzidos por eles no Ambiente de Inspiração Lakatosiana. Os relatos e as produções dos sujeitos que produziram os conhecimentos aqui descritos e analisados podem contagiar professores e futuros professores da necessidade dessa escuta e chamá-los à reflexão de uma outra perspectiva sobre o significado de fazer matemática na sala de aula.

## Agradecimentos.

Ao pesquisador Romulo Lins por tudo o que temos compartilhado sobre os MCS e a ideia de legitimidade. Ao amigo e ser humano Romulo, por sua amizade e generosidade, por humor refinado e inteligente, por sua sagacidade e inteligência compartilhada, por sua ética e seu papel como mestre reconhecido por seus amigos e todos que com ele tiveram a felicidade de conviver. O trabalho faz parte do Projeto EDU2015-64646-P (MINECO/FEDER, EU) do Ministério de Finanças e Competitividade da Espanha, em quanto trabalha um aspecto da criatividade na formação dos professores.

## Referências

ANGELO, C. L. (2012). **Alunos falam sobre as aulas de matemática que têm e as que gostariam de ter**. V seminário internacional de pesquisa em educação matemática. 28 a 31 de outubro de 2012, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil.

ANGELO, C. L.; LINS, R C. A história de Peter Pan e as lembranças de alunos sobre a aula de matemática. In. ANGELO, C. L. et al. (Orgs). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. São Paulo: Midiograf, 2012. p. 217-232.

- BALACHEFF, N. (1987). **Processus de preuve et situations de validation**. Educational Studies in Mathematics 18, 147-176.
- BORASI, R. (1991). **Learning Mathematics Through Inquiry**. Heineman. University of Rochester.
- FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an educational task**. Dordrecht: Reidel Publish. Co. 1973.
- GOMEZ-CHACON, I. M. 2000. **Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático**. Narcea, Madrid
- LAKATOS, I. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- LINS, R. (2008). **A diferença como oportunidade para aprender**. In: Peres, E. et al. (orgs.). Processos de ensinar e aprender: sujeitos, currículos e cultura: livro 3. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008, p. 530-550
- LINS, R. (2012) **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história**. (Org.) Claudia Laus Angelo [et al.]. São Paulo: Midiograf
- LINS, R. & GIMÉNEZ, J. (1997). **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo. Papirus.
- LOPES, A. J. (1998). Gestión de interacciones y producción de conocimiento matemático en un día a día lakatosiano, **UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas**. 16, 14-26
- LOPES, A. J. (2016) **Análisis y características del potencial cognitivo de producciones escolares matemáticas con alumnos de 11-14 años**. Tesis inédita. Universitat Autònoma de Barcelona.
- SOURY-LAVERGNE, S. (1998). **Etayage et explication dans le preceptorat distant, le cas de telecabri**. Thèse de doctorat. Université Joseph-Fourier – Grenoble

Submetido em maio de 2018  
Aprovado em junho de 2018