

Correcció del biaix en la relació estadística entre cabal i càrrega de fons en un riu Mediterrani amb llit de sorres

R. J. BATALLA

G.R.A.M. Grup de Recerca Ambiental Mediterrània. Departament de Geografia Física i Anàlisi Geogràfica Regional
Universitat de Barcelona. c/ Baldíri i Reixac s/n. 08028 Barcelona

RESUM

Les càrregues de sediment que transporten els rius s'han de calcular sovint a partir de registres continus de cabal però amb dades discontinües de sediment. Diversos treballs estadístics han posat de manifest que els càlculs realitzats a partir de relacions estadístiques entre els logaritmes del cabal i de la concentració de sediment subestimen la càrrega de sediment o material dissolt transportada. Els objectius d'aquest treball són: a) exemplificar el biaix que es produeix durant el càlcul de la relació estadística entre cabal i concentració de sediment en una conca de drenatge i, b) aplicar el factor de correcció proposat per Ferguson (1986) a un cas real de transport de càrrega de fons en un riu de sorres i graves de les Serralades Costeres Catalanes (Arbúcies, Montseny). El biaix estadístic produït en la relació entre cabal i taxa de transport de fons s'ha calculat en un 60% degut a una important dispersió de punts sobre la recta. Aquest fet és conseqüència, en part, de la alta variabilitat de la càrrega de fons en aquest riu associada possiblement al moviment de formes en el llit del canal. Aquesta desviació estadística s'ha corregit prèviament a l'aplicació de la relació entre cabal i sediment a la corba de freqüències de cabals pel càlcul de la producció de sediment de la conca.

SUMMARY

Stream loads often have to be calculated from continuous records of discharge and discontinuous or infrequent sampling of sediment or dissolved load. Several statistical analyses indicate that sediment loads estimated from log-log rating curves between discharge and concentration underestimate real loads. Underestimation increases with the degree of scatter about the rating curve. Main purposes of this work are: a) to illustrate the statistical bias entered during the calculation of least square regression between discharge and concentration and, b) to show how it can be removed by using a simple correction factor developed by Ferguson (1986). This procedure is tested through a real case of bedload transport in a sandy gravel-bed river (Arbúcies, Catalan Coastal Ranges). The residual analysis of the statistical relation between bedload transport rates and discharge of the Arbúcies river shows a non-linearity trend between both variables. Thus, in order to a better adjustment between those variables a simple log transformation of the parameters was achieved. The statistical bias during the back-transformed procedure was calculated to be 60%, and it was removed by applying the correction factor previously mentioned. The marked statistical bias can be attributed to the scattered nature of the data. The scatter can be related to spatial and temporal variations of sand transport partly associated to the development and migration of bedforms, especially during floods.

INTRODUCCIÓ

La càrrega de sediment que transporten els rius s'ha de calcular sovint a partir de cabals continus però amb dades de concentracions discontinües, tant pel que fa al material transportat en dissolució, en suspensió, o com a càrrega de fons. Usualment s'utilitzen dos procediments estadístics per a realitzar aquest càlcul:

- a) A partir del producte de la mitjana de cabals per la mitjana de concentració mesurada, tant en el cas de poques mostres de sediment com en el cas de relacions estadístiques no significatives entre concentració i cabal
- b) A partir de la relació estadística significativa entre cabal i concentració de sediment, que prediu concentracions no mesurades, aplicada a una corba de freqüències de cabals (Piest 1964, Walling 1984)

El mètode del producte de la mitjana de cabal per la concentració acostuma a subestimar la càrrega de sediment que transporten els rius, especialment en sèries de dades on el número de mostres obtingudes durant les crescudes és generalment baix i, per tant, poc representatiu del comportament hidrològic i sedimentològic de la conca estudiada. Per altra banda, el mètode de freqüències de cabals, que treballa sobre un nombre de bandes de cabals ponderades per la seva freqüència, implica l'ús de concentracions no mesurades estimades a partir de la relació estadística entre concentració de sediment i cabal. La major part d'estimacions fetes utilitzant aquest mètode són més baixes que les càrregues reals que transporten els rius, ja que han estat subestimades a causa del biaix estadístic (Ferguson, 1986).

El principal objectiu d'aquest treball és il·lustrar el biaix que es produeix durant el càlcul de la relació estadística entre cabal i concentració de sediment i, aplicar el factor de correcció proposat per Ferguson (1986) a un cas real de transport de càrrega de fons en un riu de sorres i graves de les Serralades Costeres Catalanes (Arbúcies, massís del Montseny).

EL BIAIX ESTADÍSTIC EN LES RELACIONS AJUSTADES PER MÍNIMS QUADRATS

L'anàlisi estadística de regressió consisteix en l'obtenció de la línia ideal cap a la qual tendeix el núvol de punts d'un diagrama de dispersió. Aquesta línia està constituïda pels valors mitjans de Y corresponents a dife-

rents valors d'aquesta variable associats a un sol valor de X . Aquests valors tendeixen a distribuir-se segons una llei normal de mitjana zero per compensació de valors negatius i positius. L'equació ve donada per l'expressió: $Y = a + bX$ (on a és la constant o distància des de l'origen en el que la recta talla a Y , i b és el pendent de la recta o coeficient de X). Per a calcular aquests valors de a i b s'utilitzen diferents mètodes, encara que el més comú i el que millor s'ajusta és l'anomenat mínims quadrats, que indica que la recta obtinguda fa mínima la suma dels quadrats de les diferències entre els valors empírics (reals) i els esperats (recta). En el cas de les relacions entre concentració de sediment (C_i) i cabal (Q_i) s'obté, doncs:

$$C_i^{\wedge} = a + b Q_i$$

on, C_i^{\wedge} és la concentració de sediment estimada i Q_i és el cabal d'aigua mesurat.

Sovint, les relacions entre dues variables no són lineals, i per tant no es poden resumir mitjançant una recta sobre un diagrama (ex. a l'augmentar el cabal augmenta la concentració de sediment, encara que de manera no lineal). El que s'ha de buscar, per tant, és un altre tipus de recta que expliqui millor la relació entre les variables. Es transformen, doncs, els valors reals en valors logarítmics. Mitjançant aquesta transformació la relació no lineal s'ha convertit en lineal i, per tant, es pot aplicar ja el mètode d'ajustament per mínims quadrats:

$$C_i^{\wedge} = a + b Q_i \quad \rightarrow \quad \log^{\wedge} C_i = a + b \log Q_i \quad (1)$$

El problema es presenta quan, per obtenir altre cop valors reals, hem de tornar a transformar l'equació, per obtenir una relació final:

$$C_i^{\wedge} = 10^a Q_i^b$$

És en aquest moment quan s'introdueix el biaix estadístic, fins i tot si aquesta relació obtinguda és la forma més correcte de la relació entre C_i i Q_i . El biaix estadístic es produeix perquè si la relació de $\log C_i$ i $\log Q_i$ és lineal amb una dispersió de punts a l'atzar, el valor predit de $\log^{\wedge} C_i$ donat per (1) és la mitjana aritmètica de la distribució dels punts de $\log C_i$ per un $\log Q_i$ determinat. El valor de C_i^{\wedge} predit per la regressió transformada (antilogarítmica), però, és la mitjana geomètrica de la distribució dels punts de C_i respecte de Q_i . Aquesta mitjana és necessàriament més baixa que l'aritmètica. Per exemple, una regressió podria tallar els valors de 1,7 i 2,3 de $\log^{\wedge} C_i$ per un Q_i determinat per donar un $\log^{\wedge} C_i$ de 2,0 i un antilogaritme de $C_i^{\wedge} = 100$. No obstant això, els antilo-

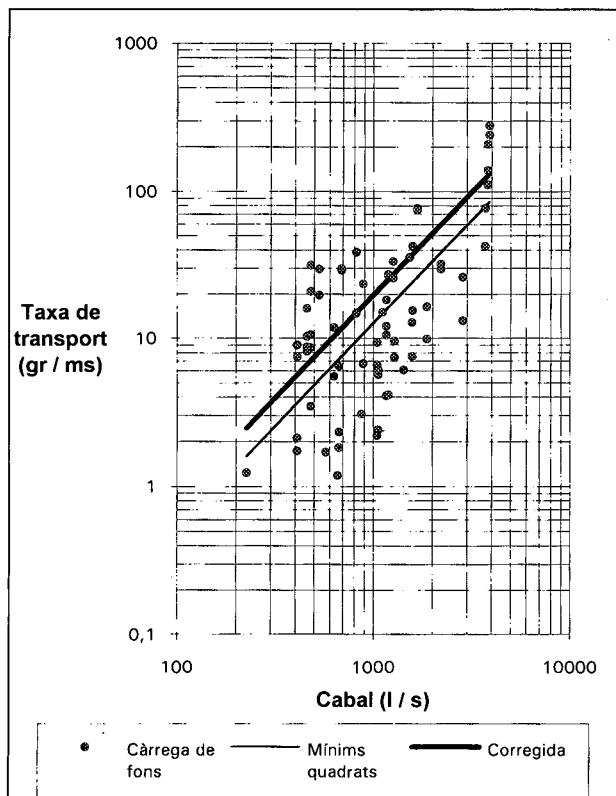


Figura 1. Relació log-log entre cabal i taxes de transport de fons (en pes submergit) a la riera d'Arbúcies. Es mostren la corba ajustada per mínims quadrats i la corba corregida

garitmes de 1,7 i 2,3 són 50 i 200, essent la mitjana dels quals 125 i no 100. La recta de regressió en aquest exemple queda subestimada un 20%. Aquesta subestimació s'incrementa amb el grau de dispersió dels punts al llarg de la recta de regressió (Ferguson, 1986).

CORRECCIÓ DEL BIAIX ESTADÍSTIC I APLICACIÓ A UN CAS REAL

La qüestió que es planteja tot seguit és, doncs, com es pot corregir la desviació estadística produïda entre els valors predits i els que son veritablement reals. Si la distribució de $\log C_i$ és normal, amb una variança comú (s^2), tots els valors de C_i es distribueixen també normalment. A partir de les propietats de la distribució normal el biaix esperat (E) és:

$$E(C_i/C_i^{\wedge}) = \exp(2,65s^2) \quad (2)$$

on \exp equival a e^x i s és l'error estandard de les estimacions de la corba de regressió en unitats de \log_{10} , obtingut a partir de:

$$s^2 = \sum_{i=1}^n (\log C_i - \log C_i^{\wedge})^2 / (n-2)$$

Si s'utilitzen logaritmes naturals el factor de correcció es converteix en $\exp(s^2/2)$. Aquest factor de correcció s'incrementa amb s , és a dir, la subestimació de la càrrega total de sediment a partir de la utilització de relacions estadístiques lineals, augmenta amb el grau de dispersió dels punts sobre la corba. La diferència entre la regressió normalment utilitzada i la corregida segons (2) es pot observar en la figura 1. En aquest cas la relació ajustada per mínims quadrats entre cabal i concentració s'ha obtingut a partir de 70 mostres de càrrega de fons recollides setmanalment i durant diferents crescudes a la riera d'Arbúcies, aigües amunt de l'estació d'aforament n° 56 durant els anys 1991 i 1992. L'anàlisi de residus de la relació estadística entre cabal i taxes de transport de fons indica poc ajustament entre ambdues variables (figura 2). Amb l'objectiu d'obtenir una millor relació es va realitzar un transformació logarítmica com l'explicada anteriorment. La relació estadística significativa ($p < 0,01$), encara que baixament correlacionada entre cabal (Q_i en $l\ s^{-1}$) i taxes de transport de fons (C_i^{\wedge} en $gr\ m^{-1}\ s^{-1}$), ve definida per la següent equació:

$$C_i^{\wedge} = 0,0008 Q_i^{1,4} \quad (r^2=0,47) \quad (n=70)$$

El biaix estadístic produït durant la transformació inversa entre els valors reals i els valors calculats a partir de la regressió s'ha calculat en un 60% (Batalla, 1993). Com a pas previ, abans d'aplicar aquesta regressió a la corba de freqüències de cabals per al càlcul de la producció de càrrega de fons de la conca (Batalla & Sala, 1993), s'ha corregit el biaix mitjançant l'aplicació del factor de correcció desenvolupat per Ferguson (1986). En el cas d'Arbúcies, la correcció del 60% de desviació estadística suposa un increment de 2520 Tm de sediment anuals transportat com a càrrega de fons. Aquest és, doncs, un resultat prou significatiu des de el punt de vista geomorfològic que afecta, per exemple, el càlcul de les taxes de denudació i de la contribució específica per unitat de superfície de la conca.

D'altra banda, la dispersió de les taxes de transport de fons a la riera d'Arbúcies es força elevada, degut a variacions de la càrrega de sediment arrossegat pel fons que pot arribar fins al 700% en intervals de mostreig de 10 minuts (crescuda del 1.06.92). Aquestes variacions estan associades, possiblement, a la migració de formes en el canal durant el mostreig i, en menor mesura, a l'aportació de sediment des de els marges del canal. Tenint en compte que la mida mitjana del material dels marges és de 0,7 mm,

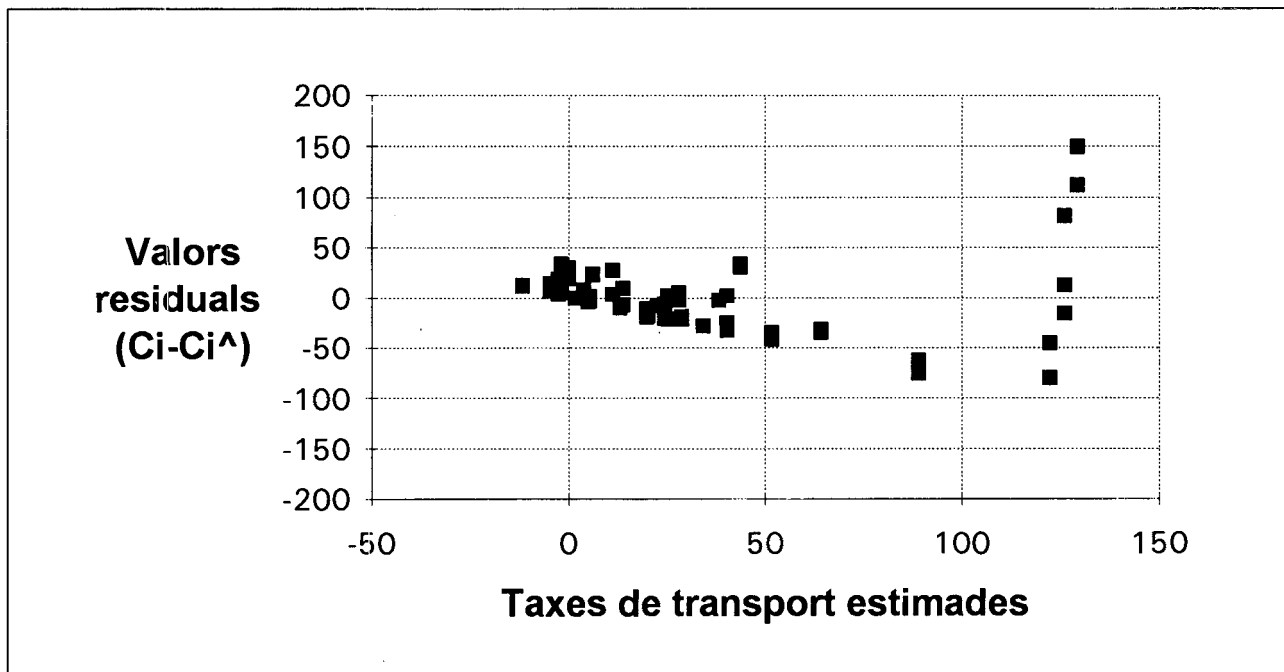


Figura 2. Anàlisi de residus de la relació estadística entre cabal i taxes de càrrega de fons a la riera d'Arbúcies. La curvatura indica un pobre ajustament entre ambdues variables

només entre un 2 i un 25% (segons l'episodi) del material que es transporta com a càrrega de fons durant les crescudes correspon a aquest calibre i, per tant, podria provenir d'aquesta font lateral de sediment. Assenyalar, també, que les variacions a curt termini del transport de fons, en relació amb el moviment de dunes en el canal del riu, són un component inherent dels processos de transport de sediment (Gomez et al., 1989). No obstant això, la identificació d'aquestes variacions depèn de la duració i de la freqüència del mostreig respecte al pas de la forma(-es) en qüestió. Possiblement, el temps de mostreig a la riera d'Arbúcies va ser, en algunes ocasions, inferior al requerit per a identificar totalment el pas de les formes en el llit del riu. Aquest fet podria afectar parcialment els resultats finals amb la dispersió de punts consegüent, especialment durant les crescudes.

CONCLUSIONS

El factor de correcció del biaix estadístic en relacions logarítmiques entre dues variables ha estat recentment desenvolupat i aplicat independentment per diversos autors alhora, tots ells en relació al càlcul de càrregues de sediment en rius (Farr & Clarke, 1984; Jannson, 1985; Ferguson, 1986). El factor de correcció s'aplica a qualsevol variable el logaritme de la qual s'estimi per mínims

quadrats. A mesura que la població de mostres s'incrementa, i la freqüència de mostreig s'acurta, el grau de correlació de la regressió esdevé més i més alt, encara que el biaix en el càlcul en el moment de la transformació inversa es manté sempre (Ferguson, 1986).

Les càrregues de sediment de rius calculades a partir de rectes de regressió corregides entre cabal i concentració semblen estar, doncs, menys influenciades per les variacions en el transport que les estimacions fetes a partir de mitjanes i són, per tant, més fiables en la seva aplicació.

AGRAÏMENTS

Aquest treball va ser realitzat parcialment durant una estada a la University of Saint Andrews finançada pel Ministeri d'Educació i Ciència. Vull agrair especialment la col·laboració del Dr. Alan Werritty de la University of Saint Andrews en l'anàlisi estadística de les dades. Així mateix, vull donar les gràcies a la Dra. Maria Sala de la Universitat de Barcelona per la supervisió del conjunt treball i per la revisió del primer esborrany d'aquest article. Les dades hidrològiques han estat subministrades per la Junta d'Aigües, Generalitat de Catalunya. Aquest estudi ha estat finançat amb una beca FPI (1990-1993) del Ministeri d'Educació i Ciència i dos ajuts a la recerca de la CIRIT, Generalitat de Catalunya.

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- BATALLA, R. J. (1993): *Contribució del transport de sorres en el balanç de sediment d'una conca granítica Mediterrània*. Tesi doctoral. Universitat de Barcelona. 199 p.
- BATALLA, R. and SALA, M. (1993): Effective discharge for bedload transport in a subhumid Mediterranean sandy-gravel bed river (Arbúcies, NE Spain). A: HICKIN, T.J. (ed.): *Rivers*. John Wiley & Sons. (en premsa).
- FARR, I.S. i CLARKE, R.T. (1984): Reliability of suspended load estimates in chalk streams. *Archiv. für Hydrobiologie*, vol. 102, pp. 1-19.
- FERGUSON, R.I. (1986): River loads underestimated by rating curves. *Water Resources Research*, vol. 22, nº1, pp. 74-76.
- FERGUSON, R.I. (1987): Accuracy and precision of methods for estimating river loads. *Earth Surface Processes and Landforms*, vol.12, pp. 95-104.
- GOMEZ, B., NAFF, R.L. and HUBBELL, D.W. (1989): Temporal variations in bedload transport rates associated with the migration of bedforms. *Earth Surface Processes and Landforms*, vol.14, pp. 135-156.
- JANSSON, M. (1985): A comparison of detransformed logarithmic regressions and power function regressions. *Geografiska Annaler*, vol. 67A, pp. 61-70.
- PIEST, R.F. (1964): Long-term sediment yields from small watershed. A: Land Erosion, Precipitation, Hydrometry, Soil Moisture. *Proc. Berkeley General Assembly of IUGG, IAHS Publ.* 65, pp. 121-140.
- WALLING, D.E. (1984): Dissolved loads and their measurements. A: HADLEY, R.F. & WALLING, D.E.: *Erosion and sediment yield: Some methods of measurement and modelling*. London, Geo Books.

OBJECIONES A LA PARTE GRÁFICA QUE ILUSTR A UN ARTÍCULO DE GEOFÍSICA DEL BERGUEDÀ Y SOLSONÈS (PREPIRINEO CATALÁN)

Juan Ullastre

Ronda de San Pedro, 50. 08010 Barcelona.

“Aportaciones de la prospección geofísica al estudio del subsuelo del Berguedà y Solsonès (Prepirineo catalán, NE de la Península Ibérica)” por Ll. Rivero y A. Casas, publicado en *Acta Geológica Hispánica*, v. 27 (1992), no 1-2, págs. 221-223, Homenaje a Oriol Riba Arderiu, es el artículo sobre el que debemos llamar la atención por los manifiestos errores que contienen las figs. 2, 10 B y 11 B.

En efecto, en la fig. 2, “Esquema litológico y estructural...”, aparece dibujado un frente de cabalgamiento que pasa oblicuamente a poco más de 1 Km al S. de Sant Llorenç de Morunys en dirección WNW - ESE. Coincidiendo con esta línea, aproximadamente, no se encuentra en realidad ningún cabalgamiento sino el paso sedimentario y progresivo entre el Luteciense superior - Bartonense marino de Sant Llorenç de Morunys y los conglomerados continentales de Els Bastets (cf. “Formación Conglomerados de Berga”); ambas formaciones en posición vertical o ligeramente volcadas al S. La expresada naturaleza de ese contacto viene avalada por la evidencia que de ello se tiene sobre el terreno, consignada como es natural en diferentes estudios: Guérin-Desjardins y Latreille (1962, p.19 y mapa), Riba (1973, p. 91 y figs. 1 y 2), Masriera y Ullastre (1985, fig. 1), por sólo citar algunos. En consecuencia, al S. Inmediato de Sant Llorenç de Morunys no existe ninguna línea de cabalgamiento que aflore en superficie y que separe las llamadas “Formaciones cabalgantes” de la “Formación Conglomerados de Berga”, ni estos conglomerados se hunden bajo el supuesto (en este lugar) frente sudpirenaico, ni esta línea constituye la prolongación occidental del cabalgamiento de Vallfogona como se dice en la pág. 211.

En cuanto a las figs. 10 B y 11 B, nos limitaremos a enjuiciar el perfil de superficie. Si tras hacer las oportunas transformaciones de escalas proyectamos esos perfiles sobre la fig. 2 (“Esquema litológico y estructural...”), tomando como referencias las indicaciones de las figs. 4 a 8 observaremos que la presunta traza superficial del cabalgamiento sudpirenaico se coloca sobre el límite entre las formaciones “Conglomerados de Berga” y “Molasas de Solsona”, es decir: entre 5 y 6 Km al S, de la traza que ese mismo e imaginario cabalgamiento tiene en la fig. 2. Por otra parte, sería bueno saber donde está en las

figs. 10 B y 11 B la “zona de discordancias” de la que se habla en la pág. 213 y cómo se explica que los conglomerados, en vez de estar subverticalmente adosados en contacto normal al Eoceno superior marino de Sant Llorenç de Morunys como ya se ha dicho que están, se hundan en supuesta serie normal bajo las “Formaciones cabalgantes” (desconocidas en este punto) de los autores en cuestión.

Conviene recordar que, los verdaderos cabalgamientos sudpirenaicos visibles en superficie en este sector, están entre 4 y 6 Km al NE de Sant Llorenç de Morunys (escama de La Corriu, Masriera y Ullastre, 1985; cabalgamiento de la Serra del Verd, Guérin-Desjardins y Latreille, 1962)

Si el modelo de las figs. 10 B y 11 B adolece, en superficie, de los expresados defectos, quien sabe cual será la realidad del subsuelo.

Todo lo expuesto, a nuestro entender, no constituye una irrelevancia y menos tratándose de una región en la que se debaten importantes problemas de la geología sudpirenaica catalana. Juzgamos, pues, de importancia el rectificar semejantes inexactitudes, a fin de no confundir a ciertos lectores: los inadvertidos, y aquellos que, deslumbrados por la geofísica, se olvidan de los conocimientos elementales, objetivos e irrenunciables.

BIBLIOGRAFÍA

GUÉRIN-DESJARDINS, B. Y LATREILLE, M. (1962). Étude géologique dans les Pyrénées espagnoles entre les rios Segre et Llobregat (provs. de Lérida et Barcelona). *Bol. Inst. Geol. y Min. España*, 73: 329-369, cortes y mapas.

MASRIERA, A. Y ULLASTRE, J. (1985). Puntualización acerca de las relaciones entre el Eoceno marino de Montcalb - La Corriu, el de Sant Llorenç de Morunys y los conglomerados continentales encajantes (Pirineo catalán). *Estudios geol.*, 41: 385-390.

RIBA, O. (1973). Las discordancias sintectónicas del Alto Cardener (Prepirineo catalán), ensayo de interpretación evolutiva. *Acta Geol. Hispánica*, 8 (3): 90-99.