Expresiones para la determinación del factor de fricción en ríos de fuerte pendiente

R. LÓPEZ ALONSO (*); J. BARRAGÁN FERNÁNDEZ (*)

RESUMEN Con base en una selección de 145 datos pertenecientes a ríos de montaña de fuerte pendiente (≥1%) se han desarrollado cinco expresiones para determinar el factor de fricción de Darcy-Weisbach. La primera expresión se fundamenta en la aplicación para flujo turbulento rugoso en lámina libre de la ley semilogarítmica de Prandtl-Kármán, que es función de la sumersión relativa (relación entre el calado medio y la rugosidad equivalente). La segunda y tercera corresponden a correcciones de la primera para flujo macrorrugoso, propuestas por Thompson y Campbell (1979) y Aguirre-Pe y Fuentes (1990) respectivamente. La cuarta ecuación consiste una en potencia de la sumersión relativa, mientras que la quinta corrige la fórmula anterior incorporando una potencia de la pendiente, tal y como propugnan Meunier (1989) y Rickenmann (1990). Las expresiones derivadas presentan un ajuste significativo, si se tienen en cuenta las limitaciones hidrométricas existentes en ríos de material grueso y fuerte pendiente. Destaca el mayor ajuste conseguido con las ecuaciones del tipo potencial frente a las del tipo semilogarítmico. Se ha encontrado, asimismo, una capacidad de predicción ligeramente superior en aquellas expresiones que incluyen modificaciones respecto a la ecuación original, ecuaciones del tipo segundo, tercero y quinto anteriormente indicado.

FRICTION FACTOR EQUATIONS FOR HIGH-GRADIENT STREAMS

ABSTRACT *Based on a selection of 145 data from very steep mountain streams (≥1%) five expressions have been developed to determine the Darcy-Weisbach friction factor. The first expression is based on the application for open channel turbulent rough flow of Prandtl-Kármán's semi-logarithmic law, which is a function of the relative submergence (relation between the average water depth and the equivalent roughness). The second and third correspond to corrections of the first for macro-rough flow, proposed by Thompson and Campbell (1979) and Aguirre-Pe and Fuentes (1990) respectively. The fourth equation consists of a power of the relative submersion, while the fifth corrects the previous formula by incorporating the power of the slope, as proposed by Meunier (1989) and Rickenmann (1990). The derived expressions present a significant fit, if the hydrometric limitations of rivers with coarse material and steep slopes are born in mind. The closer fit achieved with the power type equations stands out against those of the semi-logarithmic type. Similarly, a slightly superior prediction capacity was found in those expressions that include modifications with respect to the original equation, equations of the second, third and fifth type detailed above.*

Palabras clave: Ríos de grava; Ríos de montaña; Resistencia al flujo; Factor de fricción.

1. INTRODUCCIÓN

En contraposición a los ríos de arena de llanura los ríos de montaña se caracterizan por presentar sedimentos de mayor tamaño (gravas, cantos o bolos) y de mayor diversidad mineralógica y granulométrica, una fuerte pendiente longitudinal del cauce y una reducida sumersión relativa (relación calado-diámetro de los sedimentos). El flujo es generalmente turbulento rugoso y, excepto en pequeñas distancias (decenas de metros) y periodos (segundos o minutos), subcrítico (número de Froude inferior a la unidad).

El transporte de sedimento de fondo en ríos de arena de planicie es inferior al 25% del transporte total, mientras que en ríos de grava y bolos puede llegar hasta el 75%, siendo, además, mucho más variable a causa de la variabilidad espacial y temporal de la fuente de sedimentos. Los ríos de material grueso se caracterizan frecuentemente por unidades morfológicas controladas por la pendiente media. Según la clasificación de Montgomery y Buffington (1993) éstas pueden variar desde la secuencia de rápidos y pozas (pendientes entre 0,1 y 1%), lecho plano (pendiente entre el 1 y el 3%) y escalón y poza (hasta el 10%).

Las diferentes causas que contribuyen a la resistencia al flujo en cauces aluviales pueden agruparse, de acuerdo con Bathurst (1997), en tres conjuntos. El primero corresponde a la denominada resistencia del contorno, en la que a su vez cabe distinguir entre la resistencia ejercida por las partículas que conforman el cauce y la que ejercen las formas de fondo y la vegetación. El segundo conjunto se refiere a la resistencia de cauce, asociada con la irregularidad en la sección transversal y en la alineación, y el tercero concierne a

(*) Unidad de Ingeniería Hidráulica e Hidrológica.
Departamento de Ingeniería Agroforestal. Universidad de Lleida

la resistencia de superficie libre, que involucra la pérdida de energía debida a distorsiones de la superficie libre provocadas por ondas superficiales o resaltos hidráulicos.

Debido a la compleja naturaleza de la hidráulica de los ríos de grava y de montaña en una primera fase la investigación se dirigió hacia la mejora del conocimiento en tramos de cauce en condiciones de flujo casi uniforme en los que la resistencia al flujo se debe principalmente al papel jugado por los sedimentos (rugosidad de partícula) sin incorporar en dicha fase el efecto de las formas de fondo, de las márgenes, de la vegetación, del transporte de sedimentos y otros factores. Posteriormente, se han realizado investigaciones con el fin de incorporar el efecto del transporte de sedimentos, aunque fundamentalmente en canales de laboratorio, así como de las formas de fondo y de la vegetación.

1.1 EXPRESIONES DE RESISTENCIA AL FLUJO PARA CAUCES GRANULARES

Convencionalmente en cauces en lámina libre con régimen permanente y uniforme a fin expresar la velocidad media en una sección (v) en función de la geometría hidráulica se emplean las ecuaciones de Darcy-Weisbach o Gauckler-Manning, ecuaciones (1) y (2) respectivamente:

$$v = \sqrt{\frac{8}{f}}\sqrt{gRS} \tag{1}$$

$$v = \frac{1}{n}R^{2/3}S^{1/2} \tag{2}$$

en las que f es el factor de fricción de Darcy-Weisbach, g es la constante de aceleración de la gravedad, R es el radio hidráulico de la sección, S es la pendiente longitudinal del cauce y n es el coeficiente de Gauckler-Manning. Ambas ecuaciones se relacionan como:

$$\frac{v}{v^*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}} \tag{3}$$

donde

$$v^* = \sqrt{gRS}$$

Por otra parte, considerando únicamente la resistencia al flujo del contorno (o, más concretamente, la causada por las partículas) e integrando la ley de distribución semilogarítmica de velocidad en un plano vertical paralelo a la dirección de un flujo turbulento rugoso, asumiendo que éste cubre los sedimentos que conforman el lecho en su totalidad, puede obtenerse la expresión:

$$\frac{v}{v^*} = \frac{2{,}303}{\kappa}\log\left(\frac{12{,}2h}{k_s}\right) \tag{4}$$

en la que v es la velocidad media en el plano vertical analizado, κ es el coeficiente de Kármán, h es el calado en dicho plano y k_s es la rugosidad equivalente. Nótese que a partir de la ecuación (4) puede determinarse el factor de fricción (f) si se iguala el miembro derecho de ésta con $\sqrt{8/f}$, tal como permite la expresión (3). Uno de los métodos para caracterizar k_s en cauces aluviales es relacionándola linealmente con un diámetro (d_i) característico del material granular, representado por un tamaño percentil i de la distribución granulométrica de diámetros intermedios (o de cribado) de las partículas, es decir, $k_s = \alpha d_i$, donde α es un coeficiente. Se asume que α incorpora los efectos de la distribución granulométrica, estructura del lecho, forma y orientación de la partícula, empaquetado, distribución espacial y clasificación, etc. Si bien la variabilidad experimental es importante en lechos granulares, especialmente si son de material grueso, k_s puede aproximarse como 3,0–3,5 d_{84}.

Además, dado que comúnmente en ríos de montaña el calado medio de la sección (y) es pequeño en relación con el ancho de la superficie libre (T), puede despreciarse el efecto de las márgenes de tal modo que en la ecuación (4) v representaría la velocidad media del flujo en la sección. En el mismo sentido es aceptable sustituir h por y o R. Consiguientemente, la ecuación (4) puede escribirse como:

$$\frac{v}{v^*} = A_1\log\left(\frac{R}{d_i}\right) + A_2 \tag{5}$$

donde A_1 y A_2 son coeficientes determinados empíricamente.

Cuando el calado medio del flujo o el radio hidráulico son del orden del tamaño de las partículas dispuestas en el cauce (o, más precisamente, de la rugosidad equivalente) el flujo puede calificarse como macrorrugoso o de sumersión (y/d_i o R/di) reducida. En tales condiciones la validez de la ecuación (5) es cuestionable, especialmente si se han ajustado los coeficientes A_1 y A_2 basándose en datos con sumersiones elevadas.

Thompson y Campbell (1979) modificaron la ecuación (4) para aplicarla a flujos en los que el calado o radio hidráulico sea del orden de la rugosidad equivalente. Partiendo de experiencias con túneles de viento y de resultados en canales de laboratorio de O'Loughlin y MacDonald (1964) propusieron la expresión:

$$\frac{v}{v^*} = \frac{2{,}303}{\kappa}\left(1 - \frac{0{,}1k_s}{R}\right)\log\left(\frac{12R}{k_s}\right) \tag{6}$$

Por otra parte Aguirre-Pe y Fuentes (1990) consideraron que en flujo sobre material granular rugoso la distribución vertical de la velocidad en las proximidades de la superficie de las partículas no es logarítmica cuando la sumersión relativa es pequeña. La ley de distribución que proponen dichos autores consta de dos zonas. La primera, cercana a la cresta de las partículas y conteniendo las estelas generadas por éstas, se considera de velocidad constante en la dirección del flujo. En la segunda zona, localizada sobre la primera, la distribución de velocidad sigue una ley logarítmica. El flujo en la zona inferior al nivel determinado por la cresta de las partículas se desprecia. La velocidad media del flujo se puede obtener entonces como:

$$\frac{v}{v^*} = \frac{2{,}303}{\kappa}\log\left(\frac{h}{\alpha d}\right) + B - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa}\frac{\beta d}{h} \tag{7}$$

donde d es el diámetro característico de las partículas, β es el factor de estela y B es un coeficiente.

Alternativamente a las leyes semilogarítmicas existen otras familias de funciones que pueden definir la distribución de velocidad con la profundidad. Usualmente se utilizan leyes potenciales que integradas en la vertical resultan:

$$\frac{v}{v^*} = C_1\left(\frac{h}{d_i}\right)^{C_2} \tag{8}$$

donde C_1 y C_2 son coeficientes.

Algunos autores han propuesto incluir la pendiente en las ecuaciones potenciales de velocidad media (Meunier, 1989 y Rickenmann, 1990) al propugnar que en hidráulica

torrencial el efecto de la pendiente sobre la velocidad no se traduce en una potencia de 0,5 (ecuación (1)) sino entre 0,3 y 0,2, e incluso inferior. Este tipo de expresiones presentan la estructura:

$$\frac{v}{v^*} = D_1\left(\frac{h}{d_i}\right)^{D_2}\frac{1}{S^{D_3}} \qquad (9)$$

donde D_1, D_2 y D_3 son coeficientes.

En la misma línea Jarrett (1984) postula que el valor del coeficiente de fricción, f o n, es superior para ríos de fuerte pendiente que para ríos de pendiente reducida pero similar sumersión (y/d). Es decir, la resistencia al flujo sería mayor a medida que se incrementa la pendiente para valores constantes de sumersión, dado que a mayores gradientes las pérdidas de energía aumentan debido a la turbulencia de estela y a la formación de resaltos hidráulicos localizados aguas abajo de los elementos más gruesos.

En el contexto expuesto en los párrafos precedentes el trabajo que se presenta tiene el propósito de determinar el valor de los coeficientes de las ecuaciones (5),(6),(7),(8) y (9) a partir del ajuste al mayor número de datos disponibles en ríos de pendiente superior al 1%, de tal manera que puede contarse con un conjunto de ecuaciones que mejoren la capacidad de predicción de las utilizadas actualmente.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. SELECCIÓN DE DATOS EN RÍOS DE FUERTE PENDIENTE

El conjunto de criterios establecidos a fin de seleccionar los datos de entre los registros disponibles en la bibliografía ha sido:

1. En el tramo de cauce el flujo debe ser permanente y casi uniforme, la alineación poco sinuosa así como también estar desprovisto de vegetación y obstáculos. Tales condiciones permiten asumir que la resistencia al flujo corresponde predominantemente a la denominada anteriormente como de contorno. Asimismo, dado que se trata de ríos de material grueso es razonable suponer la preponderancia de la resistencia de partícula sobre la de forma de fondo. Es preciso notar que, dada la morfología de los cauces de montaña y el tamaño relativo del material más grueso del lecho respecto al nivel de flujo, el requisito de uniformidad debe entenderse en promedio a lo largo de un tramo.
2. La pendiente longitudinal del cauce, de la superficie libre o de la línea de energía debe ser igual o superior al 1%. Esta condición implica clasificar los datos como pertenecientes a ríos de fuerte pendiente o de montaña. De acuerdo con la clasificación morfológica de Montgomery y Buffington (1993) en el intervalo comprendido entre el 1 y el 3% de pendiente la forma predominante es el lecho plano, mientras que entre el 3 y el 10% predomina la morfología de escalón y poza. Es de notar que algo más del 86% de los datos seleccionados se encuentran en el primer intervalo, superando el resto el 3% de pendiente.
3. El diámetro medio (d_{50} o d_m) de las partículas granulares (no cohesivas) que conforman la superficie del lecho debe ser mayor de 2 mm, lo que corresponde a ríos de grava, cantos o bolos. La condición establecida previamente sobre la pendiente implica que el material, en general, sea suficientemente grueso para superar el umbral de los 2 mm.
4. El flujo debe ser turbulento (Re superior 2000) y turbulento rugoso (Re^* superior a 200). Dadas las condiciones previas de pendiente y tamaño del material del lecho ambas condiciones en la práctica se encuentran garantizadas.
5. La relación entre el ancho de la superficie libre y el calado medio en la sección (T/y) debe ser superior a 5. Tal condición es la establecida experimentalmente por Graf (1998) a fin de asegurar flujo bidimensional, no influenciado por las márgenes del cauce.

FIGURA 1. Río Unhola (Valle de Arán, Lleida). (Fotografía: Typsa-UdL).

FIGURA 2. Río Nere (Valle de Arán, Lleida). (Fotografía: Typsa-UdL).

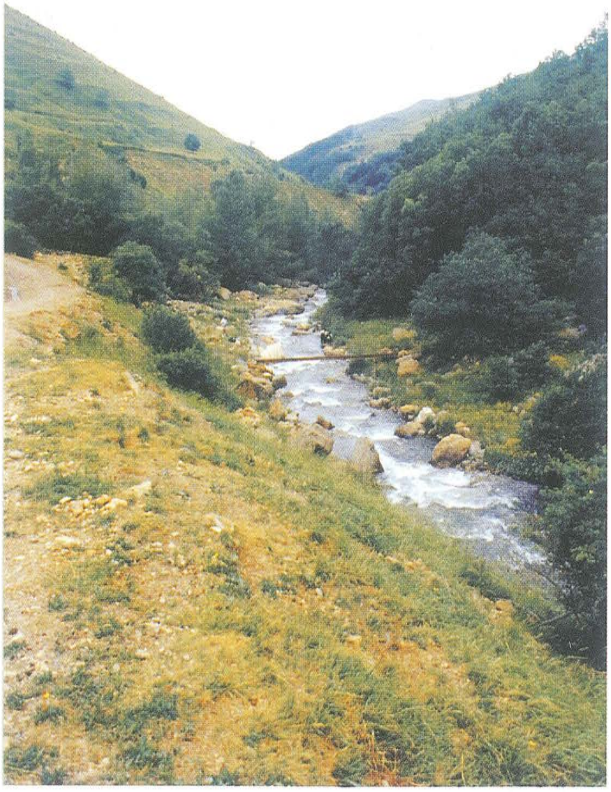

FIGURA 3. Río Baliera (Huesca). (Fotografía: J. Alcázar).

6. La relación entre la tensión media en el cauce y la tensión crítica del material del lecho (τ_s/τ_c) debe ser inferior a 3. Pitlick (1992) observó que en ríos de gravas la condición de lecho plano persiste hasta que la tensión es aproximadamente el triple que la crítica; para valores superiores el intenso transporte de fondo que se establece conforma un lecho morfológicamente irregular que incrementa la resistencia al flujo. En cualquier caso el valor máximo de la citada relación apenas es de 2,0 para el conjunto de datos seleccionados y solamente el 21,3% supera el umbral del 1,0.

2.2 CONJUNTO DE DATOS SELECCIONADOS

Con el fin de comprobar la concordancia de los datos disponibles en la bibliografía con los requisitos citados previamente es necesario el cálculo de una serie de variables hidráulicas. El procedimiento de cálculo de tales variables se ha resumido en la tabla 1. Interesa señalar que no todos los autores incluyen datos de R y de y, sino que suministran uno u otro alternativamente debido a que se trata en la mayoría de los casos de secciones con elevado T/y, consiguientemente, se ha modificado el cálculo de algunas variables sustituyendo R por y o viceversa cuando únicamente se disponía de una de dichas variables.

Después de aplicar los criterios de selección antedichos ha resultado un conjunto de 145 datos de ríos de diferentes partes del mundo, mostrándose en la tabla 2 el rango de variación de las variables más significativas para dicho conjunto en función de cada referencia. Asimismo, resulta de interés para la aplicación de las ecuaciones derivadas señalar que el rango de variación del caudal (Q), la velocidad media (v) y el área mojada de la sección transversal (A) es: $0{,}0035\ m^3 \cdot s^{-1} \leq Q \leq 140{,}0\ m^3 \cdot s^{-1}$; $0{,}05\ m \cdot s^{-1} \leq v \leq 3{,}73\ m \cdot s^{-1}$ y $0{,}07\ m^2 \leq A \leq 49{,}02\ m^2$

Variable	Fórmula	Observaciones
Velocidad de corte (v^*)	$v^* = \sqrt{gRS}$	g = 9,81 m/s^2
Número de Froude (F)	$F = \frac{v}{\sqrt{gy}}$	g = 9,81 m/s^2
Número de Reynolds (Re)	$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot R}{\nu}$	Viscosidad cinemática $\nu = 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ m^2/s
Número de Reynolds de partícula (Re*)	$\mathrm{Re}^* = \frac{v^* \cdot d_{50}}{\nu}$	Viscosidad cinemática $\nu = 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ m^2/s
Tensión de corte media en el cauce (τ_s)	$\tau_s = \gamma RS$	Peso específico del agua $\gamma = 9{,}810 \cdot 10^3$ N/m^3
Tensión crítica de inicio del movimiento (τ_c)	$\tau_c = 0{,}029(\gamma_s - \gamma)d_{84}$ (Ackers y White, 1973)	Peso específico de los sedimentos $\gamma_s = 26{,}0 \cdot 10^3$ N/m^3 y $\gamma = 9{,}810 \cdot 10^3$ N/m^3
Factor de fricción (f)	$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{v}{v^*}$	

TABLA I. Métodos de cálculo de las variables hidráulicas.

Referencia	Nº Datos	S (%)	d_{84} (m)	R (m)	R/d_{84}	F	τ_s/τ_c
Barnes (1967)	5	1,24–3,84	0,38–0,55	0,39–1,27	1,04–3,28	0,57–0,84	0,48–2,03
Judd y Peterson (1969)	8	1,01–4,14	0,21–0,91	0,38–1,28	1,00–3,45	0,49–0,95	0,44–1,27
Bray (1979)	2	1,10–1,50	0,13–0,29	0,44–0,73	2,50–3,50	0,42–0,72	0,78–0,80
Hey (1979)	2	2,25–3,10	0,14–0,20	0,14–0,16	0,71–1,11	0,52–0,61	0,46–0,52
Thompson y Campbell (1979)	5	5,20	0,78	0,79–1,09	1,01–1,40	0,67–0,96	1,10–1,52
Bathurst (1978)	6	1,14–1,74	0,38–0,45	0,17–0,40	0,36–0,89	0,17–0,45	0,13–0,31
Griffiths (1981)	2	1,10	0,30	0,44–0,59	1,50–2,00	0,39–0,54	0,34–0,46
Prestegaard (1983)	3	1,14–3,60	0,12–0,24	0,27–0,35	1,24–2,62	0,54–0,74	0,42–0,93
Jarrett (1984)	34	1,10–3,40	0,15–0,79	0,15–1,68	0,38–3,14	0,22–0,97	0,09–1,15
Bathurst (1985)	28	0,95–3,73	0,11–0,74	0,10–1,31	0,43–4,97	0,15–1,16	0,13–1,38
Thorne y Zevenbergen (1985)	12	1,43–1,98	0,34–0,39	0,29–0,62	0,86–1,56	0,30–0,57	0,27–0,62
Colosimo et al. (1988)	24	0,95–1,90	0,050–0,12	0,26–0,58	2,25–7,07	0,41–1,26	0,77–1,72
Crusellas (2000)	14	1,12–3,71	0,094–0,30	0,050–0,31	0,17–3,27	0,06–0,64	0,06–1,48
Total	145	0,95–5,20	0,05–0,91	0,05–1,68	0,17–7,07	0,06–1,26	0,06–2,03

TABLA 2. Rango de variación del conjunto de datos seleccionados.

2.3. FÓRMULAS DERIVADAS

La estructura de las cinco expresiones derivadas es la correspondiente a las ecuaciones (5),(6),(7),(8) y (9) con la salvedad que se ha tomado como variable dependiente el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach, f, expresado como $\sqrt{8/f}$. A fin de representar k_s, se ha empleado como diámetro característico del sedimento el tamaño d_{84}, dado que es el mayoritariamente común en la base de datos disponible en la literatura. Se comprobó, asimismo, si el grado de ajuste era superior cuando se utilizaba R en vez de y para expresar la sumersión relativa respecto a d_{84}. Es preciso señalar que la ecuación (7) se ha ajustado imponiendo que $\kappa = 0{,}40$ y B=8,5, al igual que en Aguirre-Pe y Fuentes (1990).

Con el fin de obtener el valor de los coeficientes de las cinco expresiones propuestas se ha minimizado el valor de una función objetivo y, con el propósito de facilitar el contraste de la capacidad de predicción, se calculó también el valor de otros índices estadísticos de medida de bondad de ajuste. En lo que sigue se presentan los cuatro índices empleados en este trabajo, exponiendo además las limitaciones y ventajas de cada uno.

El coeficiente de determinación (R^2) es el cuadrado del coeficiente del momento de correlación del producto Pearson. Se puede interpretar como la proporción de la variación total en los datos observados que es capaz de explicar el modelo. Varía entre 0,0 y 1,0, con valores elevados indicando mejor ajuste. La expresión es:

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^{N} (C_i - \overline{C})(R_i - \overline{R})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (C_i - \overline{C})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (R_i - \overline{R})^2}} \right)^2 \qquad (10)$$

donde C_i es el valor i calculado de la variable, $\overline{C}$ es el promedio de los N valores calculados de la variable, R_i es el valor i registrado de la variable y $\overline{R}$ es el promedio de los N valores registrados de la variable.

Pese a que el uso de este índice para la evaluación o ajuste de modelos se encuentra muy extendido adolece de importantes limitaciones que deben tenerse en cuenta. Entre ellas destaca su insensibilidad a desviaciones proporcionales y aditivas entre observaciones y modelo. Se puede demostrar que si $C_i = A \cdot R_i + B$, para un valor de A no nulo y cualquier valor de B, entonces R^2=1,0. Por consiguiente, valores elevados del coeficiente de determinación pueden obtenerse incluso con divergencias considerables en magnitud (valores de B muy diferentes a 0,0) y en variabilidad (valores de A muy diferentes a 1).

Además, el coeficiente de determinación es más sensible a las observaciones de valor extremo superior que a las observaciones cerca de la media. Por consiguiente, un modelo que predice mejor los datos extremos tendrá un valor excesivamente alto de R^2, que no refleja adecuadamente la relación entre registro y cálculo sobre la mayor parte del resto del dominio.

Nash y Sutcliffe (1970) definieron el coeficiente de eficiencia (E) como:

$$E = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (R_i - C_i)^2}{\sum_{i=1}^{N} (R_i - \overline{R})^2} \qquad (11)$$

variando su valor entre $-\infty$ y 1,0, con valores mayores significando mejor ajuste entre cálculo y registro. Se puede interpretar como la relación entre el error cuadrático medio:

$$ECM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (R_i - C_i)^2 \qquad (12)$$

y la variancia de los datos registrados, restada a la unidad. Es decir, si el error cuadrático medio entre registro y cálculo es tan grande como la variabilidad en los datos registrados, el coeficiente de eficiencia toma el valor de 0,0; y si es superior resulta $E < 0$ (es decir, que el promedio de los valores registrados tiene mayor capacidad de predicción que el modelo analizado).

El coeficiente de eficiencia representa una mejora respecto al coeficiente de determinación, puesto que sí es sensible a las desviaciones proporcionales y aditivas, ya que si $C_i = A \cdot R_i + B$ el valor de E disminuye si A y B toman valores diferentes de 1,0 y 0,0. Sin embargo, el coeficiente de eficiencia, al igual que el coeficiente de determinación, es demasiado sensible a los valores extremos. La causa estriba en el empleo de términos cuadráticos de las diferencias, que exageran el peso de las mayores diferencias.

El coeficiente de eficiencia modificado (E'), propuesto por Legates y McCabe (1999) con el propósito de mejorar el coeficiente de eficiencia reduciendo el peso del efecto de amplificación del error en los valores extremos que introducen los términos cuadráticos, se define como:

$$E' = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} |R_i - C_i|}{\sum_{i=1}^{N} |R_i - \overline{R}|} \qquad (13)$$

Al igual que el coeficiente de eficiencia el modificado propuesto varía entre $-\infty$ y 1,0. Debe tenerse presente que un mismo valor, póngase por caso de 0,5, tiene diferentes significado para R^2, E o E'.

Error relativo medio porcentual (P) se define como el error promedio, expresado en tanto por ciento, que existe entre cálculo y registro respecto al valor del registro:

$$P = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{C_i - R_i}{R_i} \right| \qquad (14)$$

Este indicador, al utilizar errores relativos, otorga el mismo peso al error de cada dato, independientemente de su magnitud, por lo tanto, está indicado cuando los registros comprenden varios ordenes de magnitud.

El ajuste de las ecuaciones semilogarítmicas y potenciales conforme el conjunto de datos seleccionados se ha expresado en términos del factor de fricción de Darcy-Weisbach, concretamente como $\sqrt{8/f}$. Debido a que los valores registrados de esta variable se agrupan en un rango razonablemente estrecho se ha optado por utilizar únicamente el índice E como función objetivo, calculando, asimismo, el valor del resto de índices arriba presentados al objeto de completar el contraste de la capacidad de predicción de las diferentes expresiones derivadas.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la tabla 3 se muestran las diferentes fórmulas derivadas, así como también el valor correspondiente de la función objetivo empleada, E, además del de los índices R^2, E' y P. En la figura 4 se representan sobre el plano $R/d_{84} - \sqrt{8/f}$ las cinco expresiones obtenidas y los 145 datos empleados para ello.

En primer lugar debe señalarse que se halló un mejor ajuste cuando se definía la sumersión relativa en función de R en vez de y, por lo que las expresiones de la tabla 4 aparecen en función del radio hidráulico. En lo concerniente a la capacidad de predicción cabe remarcar que es en todos los casos significativa, superando el valor de 0,67 para E y no superando el valor de P el 24,5%. Conviene destacar que el grado de dispersión que se puede apreciar en la figura 4 es normal para datos tomados en ríos de gravas, cantos o bolos, dado que ciertos factores actúan en ese sentido: los errores inherentes de medida en un medio sensiblemente apartado de las condiciones de laboratorio, la indeterminación a la hora de establecer el origen de cota en el lecho debido a la heterogeneidad de calibres del sedimento (de gran repercusión cuando la sumersión es reducida), la falta de representatividad efectiva de la uniformidad del flujo (ligada en gran medida a morfología de rápido y poza), etc.

Destaca el mejor ajuste de las ecuaciones potenciales, fórmulas (18) y (19), sobre las semilogarítmicas; supe-

Nº	Ecuación	R^2	E	E'	P
15	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 6{,}00\log\left(\frac{R}{d_{84}}\right) + 3{,}42$	0,673	0,673	0,446	24,4
16	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5{,}48\left(1 - \frac{0{,}205 d_{84}}{R}\right)\log\left(\frac{5{,}856R}{d_{84}}\right)$	0,676	0,676	0,452	22,4
17	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 5{,}76\log\frac{R}{d_{84}} + 3{,}350 + 0{,}1365\frac{d_{84}}{R}$	0,678	0,673	0,452	23,3
18	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 3{,}29\left(\frac{R}{d_{84}}\right)^{0{,}57}$	0,703	0,703	0,469	22,2
19	$\sqrt{\frac{8}{f}} = 1{,}41\left(\frac{R}{d_{84}}\right)^{0{,}51}\frac{1}{S^{0{,}21}}$	0,723	0,723	0,472	22,7

TABLA 3. Ecuaciones derivadas y valores de los índices estadísticos (R^2, E, E', P).

rando aquéllas a éstas tanto en el valor de E y E' como en el de P. Dentro del grupo de las ecuaciones semilogarítmicas se aprecia un ligero incremento en los indicadores de ajuste al emplear ecuaciones de estructura más compleja. Asimismo, la ecuación potencial obtiene mejores resultados cuando incorpora la pendiente, aunque solamente para los índices E y E', dado que el valor de P es incluso algo inferior. Sea como fuere a la hora de aplicar las ecuaciones ajustadas es necesario observar el rango experimental en el que rigen. Especialmente sensibles se muestran las fórmulas (18) y (19) cuando la sumersión relativa es muy superior al límite, calculando valores de f anómalamente reducidos, al igual que si se sustituyen valores de la pendiente muy inferiores al 1% en la expresión (19).

La ecuación (15) es similar a la ecuación derivada por Knighton (1998), aunque la aquí obtenida presenta una pendiente ligeramente superior. Si la ecuación (15) se hace corresponder a la (4) se obtiene un valor de κ de 0,38 y de rugosidad equivalente, k_s, de 3,40 veces d_{84},asumiendo h=R. La ecuación (16), correspondiente a la estructura propuesta por Thompson y Campbell (1979), ha resultado optimizarse con valores de κ=0,42 y k_s=2,05d_{84}. Mientras que la ecuación (17), correspondiente a la estructura propuesta por Aguirre-Pe y Fuentes (1990) y obtenida imponiendo κ=0,40 y B=8,5, ha resultado ajustarse con valores de k_s=2,88d_{84} y β=0,0546. La ecuación (18) es muy similar a la obtenida por Smart et al. (2002) basándose en datos de laboratorio. Por último, la ecuación (19) es similar a las de Meunier (1989) y Rickenmann (1990) a pesar de que éstas se desarrollaron en canales de laboratorio bajo condiciones de intenso transporte sólido y pendientes máximas muy superiores.

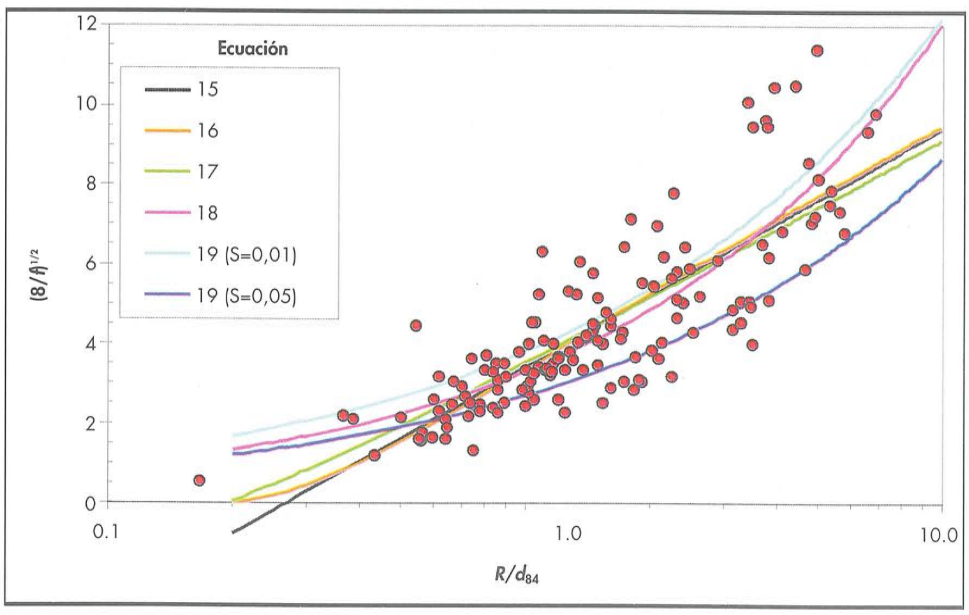

FIGURA 4. Representación de las ecuaciones derivadas y de los puntos registrados.

4. CONCLUSIONES

Respecto al desarrollo de ecuaciones del factor de fricción de tipo semilogarítmico y potencial empleando 145 datos seleccionados en cauces naturales de fuerte pendiente ($S \geq 1\%$) se concluye que:

Se obtiene un mejor ajuste al expresar la sumersión relativa en función del radio hidráulico que en función del calado medio.

El ajuste de la ecuación semilogarítmica que se obtiene equivale a tomar un valor del coeficiente de Kármán, κ, de 0,38 y de la rugosidad equivalente, k_s, de 3,40 veces d_{84}.

Las ecuaciones semilogarítmicas que incorporan correcciones para flujo macrorrugoso obtienen un ajuste ligeramente superior. De forma similar, dentro del grupo de las ecuaciones potenciales, aquélla que incorpora la pendiente presenta mejor resultado.

Las dos ecuaciones de tipo potencial derivadas muestran mayor capacidad de predicción que las tres semilogarítmicas.

5. AGRADECIMIENTOS

Se agradece al profesor Ramon J. Batalla del Dep. de Medi Ambient i Ciències del Sòl de la Universidad de Lleida el acceso a los datos obtenidos por Crusellas (2000).

6. BIBLIOGRAFÍA

ACKERS, P. y WHITE, W.R. (1973) Sediment transport new approach and analysis. Journal of the Hydraulics Division, ASCE. 99(11): 2041-2060.

AGUIRRE-PE, J. y FUENTES, R. (1990) Resistance to flow in steep rough streams. Journal of Hydraulic Engineering. 116(11):1374-1386.

BARNES, H.H. (1967) Roughness characteristics of natural channels. U.S. Water-Supply Paper 1849.

BATHURST, J. C. (1978) Flow resistance of large-scale roughness. Journal of The Hydraulics Division. 104(12):1587-1603.

BATHURST, J.C. (1985) Flow resistance estimation in mountain rivers. Journal the Hydraulic Engineering. 111(4):625-643.

BATHURST, J.C. (1997) Environmental River Flow Hydraulics. Thorne, C.R.; Hey, R.D. y Newson, M.D. (Eds.) Aplied Fluvial Geomorphology for River Engineering and Management. Wiley.

BRAY, D.I. (1979) Estimating average velocity in gravel-bed rivers. Journal the Hydraulics Division. 105(9): 1103-1122.

COLOSIMO, C; COPERTINO, V.A y VELTRI, M. (1988) Friction factor evaluation in gravel-bed rivers. Journal of Hydraulic Engineering. 114(8): 861-876.

CRUSELLAS, J. (2000) Estudi de paràmetres i morfologies fluvials per a ajustar les estimacions de rugositat en càlculs de resistència al flux. Treball Final de Carrera de Enginyeria Tècnica Forestal. ETS d' Enginyeria Agrària. Universitat de Lleida.

GRAF, W.H. (1998) Fluvial Hydraulics. Flow and transport processes in channels of simple geometry. John Wiley and Sons.

GRIFFITHS, G.A. (1981) Flow resistance in coarse gravel bed rivers. Journal of the Hydraulics Division. 107(7): 899-918.

HEY, R.D. (1979) Flow resistance in gravel-bed rivers. Journal of the Hydraulics Divison. 105(4): 365-379.

JARRETT, R.D. (1984) Hydraulics of high-gradient streams. Journal of Hydraulic Engineering. 110(11): 1519-1539.

JUDD, H. E. y PETERSON, D.F. (1969) Hydraulics of large bed elements channels. Report N° PRWG 17-6. Utah Water Research Laboratory, Utah State University, Logan, Utah.

KNIGHTON, D. (1998) Fluvial forms and processes. Edward Arnold.

LEGATES, D. R. y MCCABE, G. J. (1999) Evaluating the use of "goodness-of-fit" meassures in hydrologic and hydroclimatic model validation. Water resources research. 35(1): 233-241.

MEUNIER, M. (1989) Essai de synthèse des connaissances en érosion et hydraulique torrentielle. La Houille Blanche. 5: 361-375.

MONTGOMERY, D. R. y BUFFINGTON, J.M. (1993) Channel classification, prediction of channel response and assessment of channel conditions. Report TFW-SH10-93-002, Washington Departament of Natural Resources.

NASH, J.E., y SUTCLIFFE J.V. (1970) River flow forecasting through conceptual models, Part 1, A discussion. Journal of Hydrology. 10: 282-290.

O'LOUGHLIN, E. M. y MCDONALD, E.C. (1964) Some roughness concentration effects on boundary resistence. La Houille Blanche. 7: 773-785.

PITLICK, J. (1992) Flow resistance under conditions of intense gravel transport. Water Resources Research. 28: 891-903.

PRESTEGAARD, K. L. (1983) Bar resistance in gravel bed streams at bankfull stage. Water Resources Research. 19(2): 472-476.

RICKENMANN, D. (1990) Bedload transport capacity of slurry flows at steep slopes. Mitteilung VAW 103. Zürich.

SMART, G.M.; DUNCAN, M.J. y WALSH, J.M. (2002) Relatively rough flow resistance equations. Journal of Hydraulic Engineering. 128(6): 568-578.

THOMPSON, S.M. y CAMPBELL, P.L. (1979) Hydraulics of a large channel paved with boulders. Journal of Hydraulic Research. 17(4): 341-354.

THORNE, R.C y ZEVENBERGEN, L.W. (1985) Estimating mean velocity in mountain rivers. Journal of Hydraulic Engineering. 111(4): 612-623.