

Predicción de la resistencia al flujo en ríos de montaña

Raúl López-Alonso
Javier Barragán-Fernández
Ma. Àngels Colomer-Cugat

Universidad de Lleida, España

Se han calibrado, validado y comparado tres modelos de resistencia al flujo de contorno granular: un modelo potencial y otros dos modelos desarrollados para condiciones de alta rugosidad relativa (uno basado en una modificación de la ley logarítmica de Prandtl-von Karman y otro fundamentado en un perfil de velocidad configurado en dos zonas: una uniforme en las proximidades de los elementos de rugosidad y otra superior que sigue una distribución logarítmica). Se ha empleado para ello un numeroso conjunto de 1 533 datos tomados en ríos y en canales de laboratorio, representativo de un amplio intervalo hidráulico y geomorfológico en el ámbito de ríos de grava y de montaña. Han resultado preferibles las ecuaciones ajustadas con los percentiles granulométricos mayores (d_{90} o d_{85}) que las ajustadas con el diámetro mediano (d_{50}), debido a la mayor capacidad explicativa alcanzada dado un modelo, la menor diferencia en la bondad de ajuste entre los diferentes modelos y la menor influencia del origen de los datos (río o canal de laboratorio). Las ecuaciones ajustadas de acuerdo con los modelos en donde se contemplan condiciones de alta rugosidad relativa presentan predicciones similares, exceptuando el intervalo macrorrugoso ($y/d_{90} < 1$), en el que es preferible la correspondiente al modelo fundamentado en el perfil de velocidad configurado en dos zonas. Se recomienda restringir la aplicación de la ecuación ajustada con arreglo a la ley potencial al intervalo de y/d_{90} comprendido entre uno y veinte, puesto que fuera de dicho intervalo tiende a infraestimar notablemente la resistencia al flujo.

Palabras clave: ríos de grava, ríos de montaña, hidráulica fluvial, resistencia al flujo, coeficiente de resistencia, factor de fricción, percentil granulométrico, validación cruzada.

Introducción

La hidráulica fluvial debe afrontar la resolución de problemas relacionados con la predicción o determinación de la relación entre el caudal de la corriente (o su velocidad media) y la geometría hidráulica, la capacidad de transporte sólido del flujo, la erosión y sedimentación a escala de tramo, y la dinámica general de la geomorfología fluvial. Estas aplicaciones forman una escala, es decir, cada uno de los niveles más complejos incluye todos los problemas de los niveles más simples, de tal modo que el último debe resolver los anteriores. Consecuentemente, en todos ellos se hace necesario determinar la resistencia que ejerce el cauce sobre el escurrimiento, habida cuenta de que dicho proceso corresponde al primero de los citados problemas.

Hasta hace unas pocas décadas no se había tomado como objeto de estudio preferente a los ríos de material grueso (de tamaño grava, canto o bolo), ya que éstos se encuentran frecuentemente en las regiones menos pobladas, de mayor altitud y más periféricas, lo que unido a la mayor complejidad de los procesos hidrogeomórficos que se desarrollan en ellos, ha conducido a que tradicionalmente fueran peor conocidos que los ríos de arena de llanura. En contraste con los ríos de arena de llanura, los ríos de material grueso de montaña se caracterizan por presentar cauces con mayor gradiente longitudinal, sedimento de mayor calibre y más heterogéneo, mayor conexión con los procesos morfogenéticos de vertiente, mayor relevancia del transporte sólido de fondo, menor sumersión relativa del flujo y formas de fondo diferentes. El presente artículo pretende contribuir a mejorar la

capacidad de predicción de la resistencia al flujo en ríos de material grueso.

Ecuaciones de resistencia al flujo para contorno granular

Para un flujo permanente y uniforme circulando por un cauce en lámina libre, la ecuación de Darcy-Weisbach permite expresar la velocidad media en la sección (V), en función de la geometría hidráulica:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{V}{v_*} \quad (1)$$

denotando f el coeficiente de resistencia de Darcy-Weisbach y v_* la velocidad de corte. Esta última puede estimarse como $v_* = \sqrt{g \cdot R \cdot S}$, siendo g la aceleración de la gravedad, R el radio hidráulico de la sección y S la pendiente del cauce.

Por otra parte, si se considera un cauce formado por partículas granulares por el que circula un flujo unidireccional turbulento e hidráulicamente rugoso de calado muy superior al tamaño de dichas partículas y, además, se admite que el perfil vertical de velocidad es logarítmico, puede obtenerse la ecuación de Prandtl-von Karman:

$$\frac{V}{v_*} = \frac{2.303}{\kappa} \log\left(\frac{h}{e \cdot z_o}\right) \quad (2)$$

siendo V la velocidad media en el plano vertical analizado, κ el coeficiente de von Karman, h el calado en dicho plano y z_o la longitud de fricción hidráulica del contorno. La longitud de fricción hidráulica (que representa la distancia desde el lecho para la cual la distribución logarítmica toma el valor de cero) puede relacionarse linealmente con la aspereza equivalente (k_s) y ésta, a su vez, puede sustituirse por una relación lineal con un diámetro característico de las partículas (d_i) (indicando el subíndice i el porcentaje de sedimento de tamaño inferior). Si se supone que el flujo es bidimensional, el perfil vertical de velocidad no se ve afectado por la presencia de las márgenes, por lo cual V en la ecuación (2) representaría la velocidad media en la sección y, además, sería aceptable sustituir h por el calado medio (y) o por el radio hidráulico (R). En función de las consideraciones precedentes y de la ecuación (1), la ecuación (2) puede escribirse finalmente como:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{2.303}{\kappa} \log\left(\frac{12y}{\alpha \cdot d_i}\right) \quad (3)$$

denotando α el coeficiente de proporcionalidad entre k_s y d_i .

No obstante, el perfil vertical de velocidad de una corriente de baja sumersión relativa (y/d_i) circulando sobre sedimento constituido por partículas de grueso calibre y con diversidad de tamaños puede mostrar diversas formas: lineal, logarítmica, irregular y la denominada en "S" (Byrd *et al.*, 2000). En este sentido, Thompson y Campbell (1979) modificaron la ecuación (3), a fin de que también pudiera ser aplicada a escurrimientos de baja sumersión relativa. Partiendo de experiencias en túneles de viento y de resultados en canales de laboratorio con flujo en condiciones macrorrugosas, propusieron la siguiente expresión:

$$\frac{V}{v_*} = \frac{2.303}{\kappa} \log\left(\frac{12R}{\alpha \cdot d_i}\right) \left(1 - \frac{0.1\alpha \cdot d_i}{R}\right) \quad (4)$$

Frecuentemente, el coeficiente κ se considera una constante universal (con un valor entre 0.40 y 0.41), no obstante, numerosos investigadores han obtenido empíricamente diferentes valores de κ , pudiéndose explicar, entre otras causas, por lo siguiente: la imposición de una relación constante entre z_o y k_s ; la variación en la concentración de los elementos de rugosidad más descollantes; el efecto que provocan en la distribución de velocidad el transporte de sedimento tanto en suspensión como de fondo, y la baja sumersión relativa del flujo (Aberle y Smart, 2003). Conforme a ello, en este trabajo no se ha interpretado el coeficiente de von Karman como una constante universal, sino que se ha optado por considerarlo como un parámetro susceptible de ajuste. Si, además, se acepta flujo bidimensional ($T/y = \infty$, por lo que $y=R$), la ecuación (4) puede escribirse a efectos de ajuste como:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = A_1 \log\left(\frac{12y}{A_2 \cdot d_i}\right) \left(1 - \frac{0.1A_2 \cdot d_i}{y}\right) \quad (5)$$

denotando A_1 y A_2 los coeficientes. En el cuadro 1 se muestran algunas de las ecuaciones ajustadas conforme al modelo (5) en investigaciones precedentes.

Por otra parte, para escurrimientos de baja sumersión relativa sobre lechos granulares, Aguirre-Pe y Fuentes (1990) contemplan que la distribución vertical de velocidad en las proximidades de la cresta de las partículas se desvíe notablemente de la ley logarítmica, proponiendo un perfil de velocidad configurado en dos zonas. La inferior, la más próxima a la cresta de

Cuadro 1. Selección de ecuaciones obtenidas por otros investigadores.

Ec.	Referencia	d_i	Coefficientes	N	Observaciones
(5)	Thompson y Campbell (1979)	d_{50}	$A_1 = 5.66^a; A_2 = 4.5$	22	Ríos y canales de enrocado.
(5)	Samora (1993)	d_{50}	$A_1 = 5.66^a; A_2 = 2.0$	-	Cauces de enrocado.
(5)	Lee y Ferguson (2002)	d_{84}	$A_1 = 5.74^a; A_2 = 2.4$	81	Ríos y canal de laboratorio con morfología en secuencia escalón-pozas.
(5)	López y Barragán (2003)	d_{84}	$A_1 = 5.48; A_2 = 2.1$	145	Ríos de material grueso con $S > 1\%$.
(7)	Aguirre-Pe y Fuentes (1990)	d_{50}	$B_1 = 5.66^a; B_2 = 1.33^b; B_3 = 0.737^b$	237	Ríos de material grueso.
(7)	López y Barragán (2003)	d_{84}	$B_1 = 5.76^a; B_2 = 3.35^c; B_3 = 0.137^c$	145	Ríos de material grueso con $S > 1\%$.
(8)	Strickler (1923)	d_{50}	$C_1 = 6.74; C_2 = 1/6^a$	-	-
(8)	Meyer-Peter y Müller (1948)	d_{90}	$C_1 = 8.30; C_2 = 1/6^a$	-	-
(8)	Charlton <i>et al.</i> (1978)	d_{50}	$C_1 = 1.66; C_2 = 0.52$	468	Ríos de grava.
(8)	Charlton <i>et al.</i> (1978)	d_{90}	$C_1 = 3.30; C_2 = 0.44$	265	Ríos de grava con y/d_{90} entre 2 y 10.
(8)	Griffiths (1981)	d_{50}	$C_1 = 3.76; C_2 = 0.29$	84	Ríos de grava con lecho fijo.
(8)	Smart <i>et al.</i> (2002)	d_{84}	$C_1 = 3.48; C_2 = 0.50$	88	Canal de laboratorio.

N = número de datos.

^a = valor fijado, no sujeto a ajuste.

^b = ajustado imponiendo $\kappa = 0.407$ y $B = 8.5$ en la ecuación (6).

^c = ajustado imponiendo $\kappa = 0.40$ y $B = 8.5$ en la ecuación (6).

las partículas y conteniendo las estelas generadas por éstas, se establece de velocidad uniforme. En la superior, localizada sobre la primera, la distribución de velocidad sigue una ley logarítmica. El flujo en la zona bajo el nivel determinado por la cresta de las partículas se desprecia. La velocidad media de la corriente se puede expresar entonces:

$$\frac{V}{v_*} = \frac{2.303}{\kappa} \log\left(\frac{h}{\alpha \cdot d_i}\right) + B - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \frac{\beta \cdot d_i}{h} \quad (6)$$

denotando β el factor de estela y B un coeficiente. Si considerando flujo bidimensional se imponen κ , α , β y B como parámetros de ajuste, puede escribirse:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = B_1 \log\left(\frac{y}{d_i}\right) + B_2 + B_3 \frac{d_i}{y} \quad (7)$$

siendo B_1 , B_2 y B_3 los coeficientes. Las ecuaciones ajustadas por Aguirre-Pe y Fuentes (1990) y por López y Barragán (2003) de acuerdo con el modelo (6) se presentan en el cuadro 1 en la forma del modelo (7).

Alternativamente a la ley logarítmica existen otras familias de funciones que pueden definir la distribución de velocidad con la profundidad bajo los mismos condicionantes de turbulencia, bidimensionalidad y sumersión del flujo. Usualmente se han utilizado leyes potenciales (Chen, 1991) que pueden expresarse como:

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = C_1 \left(\frac{y}{d_i}\right)^{C_2} \quad (8)$$

denotando C_1 y C_2 los coeficientes. Son numerosas las ecuaciones ajustadas de acuerdo con el modelo (8) a conjuntos de datos tomados en cauces de lecho granular. Entre las de uso común se encuentran aquellas para las que $C_2 = 1/6$, como, por ejemplo, la ecuación de Strickler (1923) o la de Meyer-Peter y Müller (1948) (cuadro 1). En realidad, tal tipo de ecuaciones se ajustaron originalmente imponiendo el coeficiente de resistencia de Manning (n) como variable dependiente y con arreglo al modelo: $n = a \cdot d_i^{1/6}$, donde a es un coeficiente. En cuanto que la relación entre n y f es no lineal ($R^{1/6}/(n\sqrt{g}) = \sqrt{8/f}$), las ecuaciones de regresión seleccionadas según el mejor ajuste estadístico de los datos a n pueden no representar el mejor ajuste según f , por lo que la predicción de tales ecuaciones debe tomarse con precaución.

En lo referente a la influencia del percentil granulométrico, diversos estudios han puesto de manifiesto que cuando se ajustan las ecuaciones de resistencia al flujo expresando la sumersión relativa en función de los percentiles más gruesos de la muestra de sedimento se logra una mayor capacidad explicativa que si se ajustan con el diámetro mediano (Limerinos, 1970; Burkham y Dawdy, 1976; Charlton *et al.*, 1978; Ferro y Giordano, 1991; Maynord, 1991; Green, 2005). Ello es atribuido a diferentes causas: debido a que la pérdida de energía provocada por las partículas más

gruesas es más que proporcional a su tamaño (Van Rijn, 1982; Prestegard, 1983; Whiting y Dietrich, 1990); porque reproducen de modo más satisfactorio el efecto de las formas microtopográficas del lecho en la pérdida de energía (Clifford *et al.*, 1992); porque los percentiles mayores son más sensibles y representativos de la concentración de los elementos más gruesos en el contexto de lechos pobremente clasificados (Ferro y Giordano, 1991), o debido a que los percentiles más gruesos (aproximadamente entre d_{65} y d_{90}) muestran un menor error de muestreo que el diámetro mediano (d_{50}) cuando se caracteriza la granulometría mediante el método Wolman (Green, 2003).

Objetivos

El presente artículo tiene el propósito de calibrar y validar un conjunto de modelos (ecuaciones (5), (7) y (8)) para predecir el coeficiente de resistencia de Darcy-Weisbach en ríos de material grueso, empleando para ello una cuantiosa base de datos que sea representativa de una amplia gama de condiciones hidráulicas y geomorfológicas en el contexto de ríos de grava y de montaña. Se pretende, asimismo, analizar el efecto que tiene la consideración explícita en el desarrollo teórico de la condición de flujo macrorrugoso sobre la capacidad explicativa de los modelos. Además, se pretende analizar la influencia del percentil granulométrico en la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas, a fin de comprobar si dicha capacidad se incrementa para los percentiles más gruesos. Por último, se tiene el propósito de estudiar la influencia del origen empírico de los datos (es decir, si se han adquirido en río o en canal de laboratorio) en las ecuaciones ajustadas.

Material y métodos

Base experimental y criterios de selección de datos

A continuación se exponen los criterios de selección adoptados para la compilación de la base de datos de calibración y validación. El tramo de cauce, ya pertenezca a un río o a un canal de laboratorio, debe corresponder a un canal único y recto por el que circule un flujo en régimen permanente y uniforme, y sin que haya desbordamiento del cauce principal. El perímetro mojado de dicho tramo debe encontrarse desprovisto de cubierta vegetal significativa y de obstáculos prominentes, ya sean naturales o artificiales. Con tales condiciones se pretende minimizar el efecto de la vegetación y de los cambios de forma del cauce (sección transversal, pendiente y alineación) en la

resistencia al flujo observada. No obstante, es necesario señalar que debido a la morfología de los ríos de grava y de montaña, así como también a la baja sumersión relativa de la corriente que se desarrolla en ellos, el flujo a escala de detalle es variado en sentido estricto. Por lo tanto, el requisito de uniformidad del flujo debe interpretarse como promediado a lo largo de un tramo, es decir, que se considera suficiente con que el flujo sea macroscópicamente uniforme.

Asimismo, se ha impuesto que el sedimento sea de tamaño grava, canto o bolo, excluyendo expresamente cauces con lecho de sedimento cohesivo, arena o roca. Para ello se ha impuesto que el valor de d_{50} sea mayor o igual a 2 mm. Para efectos terminológicos, en este artículo se entenderá por cauce de grava (o de material grueso) todo aquel cuyo lecho esté constituido por sedimento granular no cohesivo, con un diámetro mediano igual o superior a 2 mm tanto si corresponde propiamente al tamaño de grava (entre 2 y 64 mm) como si es superior (es decir, canto o bolo). Se ha comprobado, además, que el flujo fuera turbulento (número de Reynolds (Re) superior a 2 000) e hidráulicamente rugoso (número de Reynolds de partícula (Re_p) superior a 200). El cumplimiento de dichos requisitos cobra especial importancia para el caso de datos obtenidos en canal de laboratorio, pues de lo contrario la fricción se vería influenciada por las fuerzas viscosas, lo que provocaría un efecto de escala. Con objeto de asegurar, en el caso de ríos, que en la zona central de la sección transversal el flujo no se encuentre influenciado por las márgenes del cauce, se ha impuesto que el cociente entre el ancho de la superficie libre (T) y el calado medio en la sección (y) sea superior a 10, lo que, por otra parte, implica que $R \approx y$. En cambio, en el caso de datos tomados en canales de laboratorio, se ha considerado suficiente la aplicación de uno de los procedimientos habituales de separación de los efectos que sobre la resistencia al flujo global tienen las paredes y el lecho, concretamente el método empleado por Smart (1984) y Rickenmann (1991).

Al aplicar los requisitos de selección anteriormente referidos ha resultado un conjunto que suma 1 533 datos de ríos y de canales de laboratorio, correspondientes a 42 referencias bibliográficas del periodo 1955-2003 y también a investigaciones propias en ríos de la vertiente española de la cordillera de los Pirineos (López, 2005). Tal base empírica se encuentra entre las más numerosas de las que se hayan empleado para el estudio de la resistencia al flujo de ríos de grava. En el cuadro 2 se muestra el valor máximo, mínimo, la media y el coeficiente de variación (C_v) de las principales variables adimensionales tanto para el

conjunto completo de datos como, de forma separada, para los subconjuntos de datos de río y de laboratorio. Como puede advertirse, la base de datos compilada es representativa de una amplia gama hidráulica y geomorfológica en el contexto de cauces de material grueso. La sumersión relativa varía tres ordenes de magnitud, cuatro la pendiente del cauce y dos el coeficiente de resistencia. Si se comparan entre sí los subconjuntos de río y de laboratorio, se deduce que el subconjunto de río se expande en un intervalo más amplio, pese a que la media de sumersión relativa de ambos es similar, producto de la inclusión de datos con calado próximo al nivel de desbordamiento del cauce principal (*bankfull level*). Por otro lado, el subconjunto de canal de laboratorio muestra una mayor pendiente media que el subconjunto de río (poco menos del triple), pero este último se expande en un intervalo más amplio.

Entre las consecuencias de la sensiblemente mayor pendiente media de los canales de laboratorio, se encuentra una mayor representación de condiciones de lecho móvil en el subconjunto de datos de laboratorio respecto al de río. En efecto, para la inmensa mayoría de los datos de río no se detectaba transporte de fondo, mientras que sí acontecía acarreo para el 48% de los datos de laboratorio, aunque únicamente para el 26% de éstos el valor del índice de movilidad de sedimento (τ/τ_c , donde τ = tensión de corte media y τ_c = tensión crítica de inicio del movimiento de las partículas) correspondía a lo que es considerado como transporte intenso, es decir, $\tau/\tau_c > \approx 3$ (Pitlick, 1992; Wilcock y McArdell, 1993). En cualquier caso, los datos pertenecen a condiciones de escurrimiento con baja concentración de transporte de sedimento, dado que altas concentraciones de caudal sólido pueden modificar de forma sustancial

las propiedades del fluido y del flujo, entre ellas la resistencia al flujo, por lo que se han excluido datos que puedan corresponder a flujo hiperconcentrado. Se ha adoptado un umbral del 5% de concentración volumétrica de caudal sólido respecto al caudal líquido (C) para considerar que el flujo es hiperconcentrado, límite propuesto por Meunier (1991) y elegido en el presente artículo frente a otros valores debido a que es más conservador. De todos modos, la inmensa mayoría de los datos seleccionados presentan valores de C muy por debajo del citado umbral, puesto que para más del 97% de la base de datos se cumple que $C \leq 1\%$.

Criterios de calibración, validación y comparación

En este estudio, la evaluación de los modelos seleccionados comprende su calibración, validación y comparación. La calibración ha consistido en el ajuste, mediante el procedimiento de mínimos cuadrados, de los parámetros de los modelos seleccionados empleando la base de datos completa (es decir, $N = 1\ 533$). Dada su estructura potencial, los parámetros del modelo (8) se han ajustado en su transformación logarítmica. Se calibró cada uno de los tres modelos seleccionados, considerando los tres percentiles granulométricos mayoritariamente reseñados en las fuentes consultadas: d_{90} , d_{84} y d_{50} , por lo que se obtuvo un total de nueve ecuaciones ajustadas al conjunto completo de datos. Con objeto de evaluar la bondad de ajuste de las ecuaciones derivadas, se calculó el coeficiente de determinación (R^2) (que es el cuadrado del coeficiente del momento de correlación del producto Pearson, y se puede interpretar como la proporción de la variancia total en los datos observados que puede explicar el modelo);

Cuadro 2. Intervalo de variables hidráulicas para la base de datos de calibración y para los subconjuntos de río y de laboratorio.

Variable	Símbolo	Mínimo	Máximo	Media	C_v (%)
<i>Base de datos de calibración (N = 1 533)</i>					
Coefficiente de resistencia	$\sqrt{8/f}$ (-)	0.13	20.6	7.3	49
Sumersión relativa	y/d_{90} (-)	0.10	102.1	7.1	143
Pendiente del cauce	S (-)	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-1}$	$1.8 \cdot 10^{-2}$	147
<i>Subconjunto de datos de río (N = 954)</i>					
Coefficiente de resistencia	$\sqrt{8/f}$ (-)	0.13	20.6	6.7	55
Sumersión relativa	y/d_{90} (-)	0.10	102.1	6.8	165
Pendiente del cauce	S (-)	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$1.6 \cdot 10^{-1}$	$1.11 \cdot 10^{-2}$	147
<i>Subconjunto de datos de laboratorio (N = 579)</i>					
Coefficiente de resistencia	$\sqrt{8/f}$ (-)	1.29	17.0	8.4	39
Sumersión relativa	y/d_{90} (-)	0.23	47.8	7.7	107
Pendiente del cauce	S (-)	$3.6 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-1}$	$2.96 \cdot 10^{-2}$	119

el error relativo medio (ERM) (que es el valor medio de la desviación entre predicción y observación respecto al valor observado, por lo que al expresarse de forma relativa asigna el mismo peso al error de cada dato, independientemente de su magnitud), y el porcentaje de datos con un error relativo menor o igual al 25 (ER_{25}) y al 50% (ER_{50}). Conviene precisar que en el caso del modelo (8) se calcularon las estadísticas de ajuste anteriormente referidas para la versión antilogarítmica de la expresión resultado de la calibración.

En una segunda fase se validaron las ecuaciones mediante validación cruzada en la modalidad de conjuntos alternados (*switch set validation*) (Esbensen et al., 1994). Con tal fin se dividió aleatoriamente la base de datos completa (es decir, $N = 1\ 533$), empleada previamente en la calibración, en dos subconjuntos (V_1 y V_2), integrados cada uno por el 50% del total de datos. Posteriormente, de forma independiente para cada conjunto de validación (V_1 y V_2), se repitió la fase de ajuste, obteniendo, en consecuencia, dos ecuaciones de validación por cada ecuación calibrada. Por último, para la ecuación ajustada con el conjunto de datos V_1 se calcularon los índices de bondad de ajuste, pero empleando los datos del conjunto V_2 , y viceversa. El valor final de los índices estadísticos de validación es la media de los obtenidos para cada conjunto de validación. Procediendo de tal manera se pretende evitar la pérdida de información en el conjunto de calibración que conllevaría la validación por segmentación independiente (*test set validation*) (debido a que dicha técnica requiere la división de la base de datos disponible y, por consiguiente, supone un conjunto de calibración de menor tamaño); a la vez que, gracias a la validación cruzada, también se dispone de una medida del error de predicción cometido por las ecuaciones calibradas cuando se aplican a casos independientes del ajuste.

Un extremo que conviene señalar es la elección del coeficiente de resistencia de Darcy-Weisbach (expresado como $\sqrt{8/f}$) como variable dependiente, en lugar del coeficiente n de Manning. Lo anterior se debe a que f es adimensional, mientras que n tiene dimensiones de $[T \cdot L^{-1/3}]$, lo que supone una ventaja fundamental del primero sobre el segundo, en el caso de reunir un conjunto de datos generados en prototipo y modelo. En efecto, en modelos no distorsionados (aquellos en los que se aplica únicamente una escala geométrica para cualquier dimensión) con semejanza de Froude (que garanticen una correcta reproducción de las fuerzas de gravedad), al ser f adimensional, su escala de semejanza vale 1, es decir, f tiene el mismo valor en modelo y prototipo; mientras que la escala de semejanza de n equivale a la escala del modelo elevada a $1/6$, por lo

que el coeficiente de Manning es mayor en el prototipo que en el modelo (Martín-Vide, 2002). Aun cuando los canales en los que se experimentó para obtener el subconjunto de datos de laboratorio empleado en este trabajo no eran réplicas en modelo reducido de ningún canal o río prototipo en concreto, sus dimensiones y caudal circulante no son equiparables a los de los ríos de grava y de montaña objeto de interés, por lo que se justifica la elección de f como coeficiente de resistencia al flujo, en detrimento del coeficiente n de Manning.

Resultados y discusión

En el cuadro 3 se muestra el valor de los coeficientes ajustados y de los índices estadísticos de los modelos calibrados con la base completa de datos. En lo referente a la influencia del percentil granulométrico, de dicho cuadro se deduce que la bondad de ajuste de las ecuaciones que expresan la sumersión relativa en función de d_{90} o d_{84} es superior a la de la ecuación que incluye d_{50} , lo que coincide con los hallazgos de otros autores. Efectivamente, en términos de R^2 , la capacidad explicativa de la ecuación ajustada con d_{90} es, en promedio para los tres modelos, un 19% superior a la de la ecuación expresada en función de d_{50} . Análogamente, se obtiene en promedio para los tres modelos un valor de ERM un 27% inferior, mientras que ER_{25} y ER_{50} se incrementan en un 23 y 14%, respectivamente. Por consiguiente, se recomienda preferentemente la aplicación de las ecuaciones ajustadas con d_{90} respecto a las ajustadas con d_{50} , lo que puede también servir de guía para futuras calibraciones si solamente se trabaja con un único percentil. Asimismo, cabe destacar que el modelo (8) es el que muestra, en término medio, mayor sensibilidad al percentil granulométrico empleado para el ajuste.

Por otra parte, en el cuadro 3 se pone de manifiesto que, fijado el percentil granulométrico, el valor de los índices estadísticos correspondientes a las ecuaciones ajustadas conforme a los modelos (5) y (7) es prácticamente igual. En cambio, en general, la capacidad explicativa y la bondad de ajuste de las ecuaciones calibradas con arreglo al modelo (8) es inferior a la que muestran las anteriormente citadas. Efectivamente, como término medio, R^2 es un 14% inferior, ERM un 12% superior y ER_{25} un 9% mayor. La única excepción a la tendencia expuesta es la del índice ER_{50} , que muestra un valor superior en un 2% para las ecuaciones correspondientes al modelo (8). No obstante, la diferencia entre los tres modelos analizados es mayor si éstos se han ajustado con d_{50} , que si el ajuste es con d_{84} o d_{90} , a excepción de la tendencia que muestra el indicador ERM. En todo caso,

Cuadro 3. Coeficientes y estadísticos de las ecuaciones ajustadas a la base de datos de calibración (N = 1 533).

Modelo	Ecuación ajustada	Percentil	Coeficientes	R ²	ERM (%)	ER ₂₅ (%)	ER ₅₀ (%)
(5)	(9)	d_{50}	$A_1 = 4.98; A_2 = 2.37$	0.65	32	58	83
(5)	(10)	d_{84}	$A_1 = 5.46; A_2 = 1.77$	0.75	24	68	88
(5)	(11)	d_{90}	$A_1 = 5.41; A_2 = 1.53$	0.76	22	70	89
(7)	(12)	d_{50}	$B_1 = 5.37; B_2 = 2.85; B_3 = 0.012$	0.64	32	57	84
(7)	(13)	d_{84}	$B_1 = 6.08; B_2 = 3.66; B_3 = 0.178$	0.75	24	67	89
(7)	(14)	d_{90}	$B_1 = 6.03; B_2 = 4.01; B_3 = 0.154$	0.76	23	69	89
(8)	(15)	d_{50}	$C_1 = 2.97; C_2 = 0.39$	0.55	34	51	86
(8)	(16)	d_{84}	$C_1 = 3.51; C_2 = 0.43$	0.65	27	63	89
(8)	(17)	d_{90}	$C_1 = 3.71; C_2 = 0.43$	0.66	27	65	90

es necesario remarcar que las diferencias observadas entre modelos al fijar un percentil resultan inferiores a las que se detectan para un mismo modelo al emplear d_{50} o d_{90} , con excepción de la tendencia concerniente al índice ER₅₀.

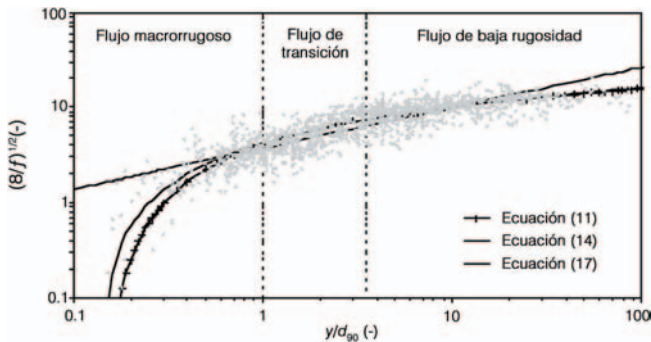
Además del contraste en términos globales de la bondad de ajuste de las ecuaciones calibradas, también resulta de interés su comparación para diferentes intervalos de sumersión relativa, particularmente en la región de flujo macrorrugoso. Dicho análisis comparativo se llevará a término involucrando únicamente las ecuaciones (11), (14) y (17), puesto que son las preferibles al haberse ajustado expresando la sumersión relativa en función de d_{90} . En la ilustración 1 se ha representado, además de las citadas ecuaciones, la base de datos de calibración. Con fines comparativos, en conformidad con el criterio propuesto por Bathurst *et al.* (1981) e imponiendo que $d_{90} \approx 1.2 \cdot d_{84}$, se especificarán tres escalas de rugosidad relativa: si $y/d_{90} < 1.0$, el flujo se calificará como macrorrugoso; de transición si $1.0 \leq y/d_{90} \leq 3.5$, y de baja rugosidad si $y/d_{90} > 3.5$. La ilustración 1 revela que las ecuaciones (11) y (14) siguen trayectorias muy similares, con excepción del intervalo macrorrugoso, en el que la ecuación (14) logra un mejor ajuste que la ecuación (11), puesto que esta última tiende a sobreestimar la resistencia al flujo (es decir, a infraestimar $(8/f)^{1/2}$), especialmente en los niveles de sumersión relativa más bajos ($y/d_{90} < 0.5$). De forma similar, la ecuación (17) también se ajusta peor que la ecuación (14), aunque en este caso la primera infraestima la resistencia al flujo (sobreestima $(8/f)^{1/2}$). Por consiguiente, en el intervalo macrorrugoso se recomienda preferentemente la aplicación de la ecuación (14) en relación con la ecuación (11) y, sobre todo, con la ecuación (17). Por otra parte, la ecuación (17) tiende a infraestimar la resistencia al flujo

(sobreestimar $(8/f)^{1/2}$) para valores de sumersión relativa aproximadamente superiores a veinte. En consecuencia, es recomendable restringir la aplicación de la ecuación (17) al intervalo de sumersión relativa (y/d_{90}), comprendido entre uno y veinte. Lo anterior es congruente con el análisis teórico de Julien (1998), quien sostiene que C_2 es una función decreciente de la sumersión relativa, cuyo gradiente es más acusado a medida que aumenta la rugosidad relativa, y con las experiencias en ríos de grava de Charlton *et al.* (1978), según los cuales se obtiene un mejor ajuste experimental con la ecuación potencial si éste se aborda por segmentos de y/d_i , pues de lo contrario los resultados son inferiores a los alcanzados con la ecuación logarítmica. No se ha acometido el ajuste segmentado del modelo (8), incluyendo la identificación de las clases más adecuadas de y/d_i , por considerar que trasciende el alcance del presente artículo, ya que, en rigor y con fines comparativos, requeriría también un análisis análogo para los modelos (5) y (7).

Si comparamos las ecuaciones ajustadas con las derivadas en estudios previos, se observa que la ecuación (10) guarda mayor similitud con la derivada por López y Barragán (2003) que con la desarrollada por Lee y Ferguson (2002), aunque no existe una marcada diferencia entre las tres. Por el contrario, la ecuación (9) y la ecuación derivada por Samora (1993) presentan un valor de A_2 similar, que diverge considerablemente del valor que de dicho coeficiente presenta la ecuación de Thompson y Campbell (1979). El valor medio del coeficiente A_1 de las ecuaciones (9), (10) y (11) corresponde a un valor de $\kappa = 0.44$, lo que supera aproximadamente en un 9% al valor que habitualmente se considera como universal.

Por lo que respecta a las ecuaciones ajustadas adoptando el modelo (7), puede destacarse que la

Ilustración 1. Representación de las ecuaciones (11), (14) y (17), y de la base de datos de calibración.



ecuación (13) y la ajustada por López y Barragán (2003) guardan mayor similitud entre sí que la ecuación (12) y la ecuación derivada por Aguirre-Pe y Fuentes (1990), puesto que las dos últimas divergen considerablemente en el valor de los coeficientes B_2 y B_3 . Al contrario que en el caso de las ecuaciones ajustadas de acuerdo con el modelo (5), el valor medio del coeficiente B_1 de las ecuaciones (12), (13) y (14) corresponde a un valor de $\kappa = 0.40$, que es frecuentemente adoptado como universal.

De entre las numerosas ecuaciones que se han ido ajustando por diferentes investigadores conforme al modelo (8), en el cuadro 1 se muestran aquellas que guardan mayor similitud con las calibradas en el presente trabajo (cuadro 3). La ecuación más similar a la (17) es la ajustada por Charlton *et al.* (1978) a 265 datos de ríos de grava británicos (cuadro 1), cuya sumersión relativa oscilaba entre 2 y 10, lo que coincide parcialmente con el intervalo de aplicación recomendado para la primera. La ecuación que guarda mayor similitud con la ecuación (16) es la de Smart *et al.* (2002) (cuadro 1), ajustada aproximadamente en las escalas de rugosidad macrorrugosa y de transición. La ecuación ajustada por Griffiths (1981) (cuadro 1) es la más similar a la ecuación (15) hasta $y/d_{90} \approx < 30$, mientras que la derivada por Charlton *et al.* (1978) con 468 datos de ríos de grava (cuadro 1) es la más convergente con dicha ecuación a partir del citado valor de sumersión relativa. Conviene llamar la atención sobre el hecho de que las ecuaciones derivadas imponiendo $C_2 = 1/6$ predicen una resistencia al flujo acusadamente inferior a la observada (sobreestiman $(8/f)^{1/2}$), especialmente en los intervalos de escala de rugosidad de transición y macrorrugosa. No obstante, para valores de y/d_{90} en el intervalo 20-100 son recomendables ecuaciones con $C_2 \approx 1/4$ y ecuaciones con $C_2 \approx 1/6$ para valores mayores que el citado intervalo.

En los cuadros 4 y 5 se muestra el valor de los coeficientes y los índices estadísticos correspondientes a los modelos ajustados a la base de datos de río, por un lado, y a la de laboratorio, por otro, para los percentiles d_{50} y d_{90} , respectivamente. Puesto que el subconjunto de datos de río representa el 62% de la base total de datos, los coeficientes obtenidos al ajustar los modelos con la base completa (cuadro 3) se encuentran más cercanos a los que se obtienen con el subconjunto de datos de río, especialmente para el caso de las ecuaciones ajustadas con d_{90} . No obstante, en dichos cuadros se observa que la disparidad entre las ecuaciones de río y de laboratorio, en lo concerniente al valor de los coeficientes de ajuste, es mucho menor para el caso de las ecuaciones ajustadas con d_{90} que para las ajustadas con d_{50} . En efecto, la diferencia media en el valor de los coeficientes de las ecuaciones ajustadas a datos de río y de laboratorio, para los tres modelos, es del 20%, si se expresan en función de d_{90} (véase la ilustración 2) y del 93% si se expresan en función de d_{50} . La mayor disparidad en el caso de d_{50} también fue detectada por Ferro y Giordano (1991), al comparar ecuaciones de tipo logarítmico ajustadas a bases de datos de laboratorio para las que variaba la concentración de los elementos más gruesos y descolantes dispuestos en el lecho.

Por otro lado, del valor de los coeficientes de ajuste mostrados en los cuadros 4 y 5, e ilustración 2, se deduce que, para igual sumersión relativa, la ecuación ajustada a la base de datos de río predice mayor resistencia al flujo (es decir, menor valor de $(8/f)^{1/2}$) que la ecuación ajustada a la base de datos de laboratorio. Ello se explicaría, principalmente, por el menor grado de cumplimiento en los datos de río de las hipótesis de cauce prismático y recto, así como también por la menor proporción de datos de laboratorio con presencia de formas de fondo (tanto de gran escala como de pequeña escala), diferencias que en comparación provocan una mayor pérdida de energía en los tramos de río. Asimismo, en los cuadros 4 y 5 se observa la mayor capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas a la base de datos de laboratorio respecto de las ajustadas a la base de datos de río. Lo anterior cabe atribuirlo, principalmente, a la mayor dificultad y las peores condiciones de medida que se dan en ríos de material grueso, en comparación con canales de laboratorio; a las desviaciones sobre el carácter prismático de los tramos de río, y a la contribución de la sinuosidad, aunque ésta sea de grado reducido.

La prueba t de diferencia de promedios y la prueba F de comparación de variancias realizadas a los dos

Cuadro 4. Coeficientes y estadísticos de las ecuaciones ajustadas de forma separada a los subconjuntos de datos de río y de laboratorio. Percentil: d_{50} .

Modelo	Ecuación ajustada	Subconjunto	Coefficientes	R^2	ERM (%)	ER ₂₅ (%)	ER ₅₀ (%)
(5)	(18)	Río	$A_1 = 4.96; A_2 = 3.27$	0.69	28	57	87
(5)	(19)	Laboratorio	$A_1 = 5.33; A_2 = 1.73$	0.75	19	79	91
(7)	(20)	Río	$B_1 = 5.56; B_2 = 1.78; B_3 = 0.414$	0.69	29	57	87
(7)	(21)	Laboratorio	$B_1 = 5.64; B_2 = 3.99; B_3 = -0.156$	0.74	19	78	91
(8)	(22)	Río	$C_1 = 2.48; C_2 = 0.41$	0.61	32	57	87
(8)	(23)	Laboratorio	$C_1 = 3.84; C_2 = 0.37$	0.66	20	74	91

Cuadro 5. Coeficientes y estadísticos de las ecuaciones ajustadas de forma separada a los subconjuntos de datos de río y de laboratorio. Percentil: d_{90} .

Modelo	Ecuación ajustada	Subconjunto	Coefficientes	R^2	ERM (%)	ER ₂₅ (%)	ER ₅₀ (%)
(5)	(24)	Río	$A_1 = 5.25; A_2 = 1.56$	0.73	25	62	88
(5)	(25)	Laboratorio	$A_1 = 5.46; A_2 = 1.32$	0.82	16	82	94
(7)	(26)	Río	$B_1 = 5.87; B_2 = 3.81; B_3 = 0.168$	0.73	25	61	88
(7)	(27)	Laboratorio	$B_1 = 6.03; B_2 = 4.48; B_3 = 0.107$	0.82	16	83	94
(8)	(28)	Río	$C_1 = 3.49; C_2 = 0.44$	0.62	30	60	89
(8)	(29)	Laboratorio	$C_1 = 4.31; C_1 = 0.38$	0.75	18	78	94

subconjuntos de validación aleatoriamente generados han confirmado la similitud de ambos conjuntos para un nivel de significación de 0.05. Para las ecuaciones (11), (14) y (17), en el cuadro 6 se muestra el valor medio de los índices estadísticos, resultado de su aplicación cruzada a ambos conjuntos de validación. Para las tres ecuaciones se obtienen valores prácticamente idénticos a los obtenidos en la fase de regresión, lo que avala la precisión de la capacidad explicativa de las ecuaciones ajustadas cuando se aplican a datos no incluidos en la calibración.

Conclusiones y recomendaciones

De la evaluación de tres modelos de resistencia al flujo, dos desarrollados para flujo macrorrugoso y la ley potencial, empleando para ello una cuantiosa base de datos ($N = 1\ 533$) representativa de una amplia gama hidráulica y geomorfológica de cauces de grava y de montaña, se obtienen principalmente las conclusiones que se exponen a continuación.

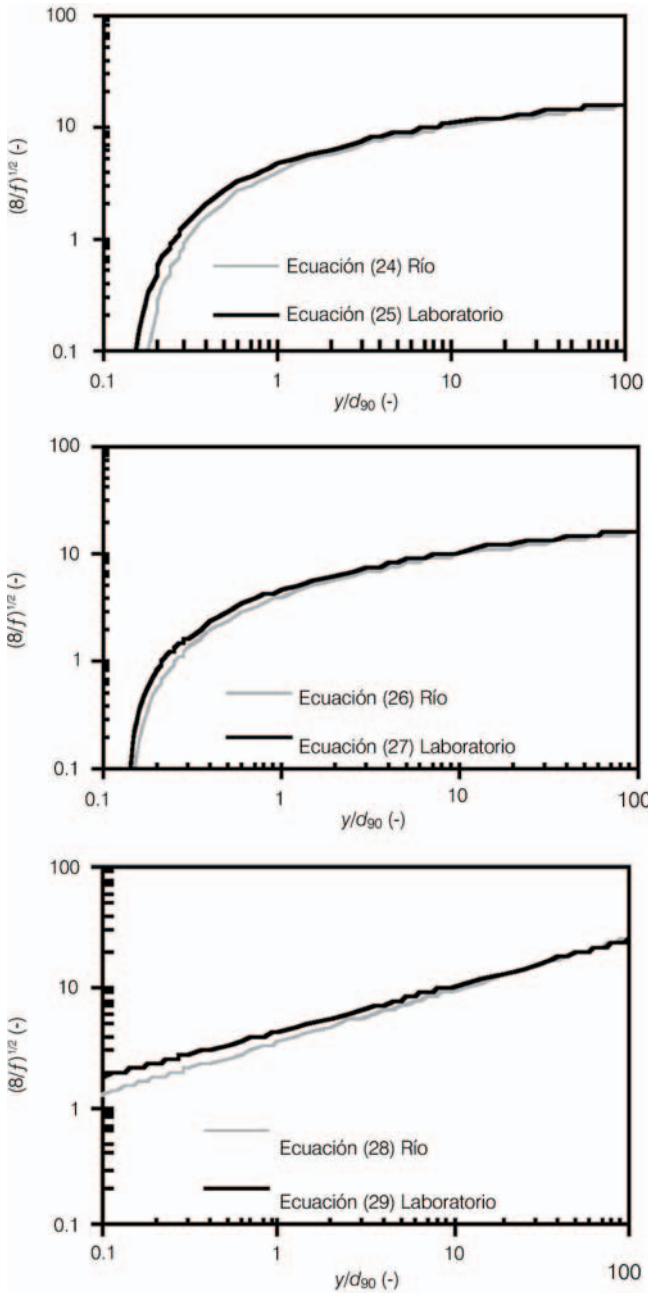
Se logra una mayor capacidad explicativa y un menor error al ajustar los modelos en función de los percentiles

más gruesos (d_{90} o d_{84}), que en función del diámetro mediano (d_{50}). Además, se produce, en general, mayor disparidad en la bondad de ajuste de los tres modelos evaluados si éstos se han ajustado con el diámetro mediano que con los percentiles más gruesos. Por otro lado, al ajustar los modelos evaluados de forma separada a datos de río y de laboratorio, se produce mayor diferencia en el valor de los coeficientes de ajuste si se emplea d_{50} que si se emplea d_{90} . Por todo lo cual se recomienda la aplicación de modelos ajustados con d_{90} o d_{84} que los ajustados con el diámetro mediano (d_{50}).

La ecuación (14) es preferible para su aplicación en el intervalo macrorrugoso (valores de y/d_{90} inferiores a 1.0), mientras que para valores superiores, escala de transición y de baja rugosidad, es posible aplicar indistintamente las ecuaciones (11) y (14). Se recomienda restringir la aplicación de la ecuación (17) al intervalo de y/d_{90} comprendido entre uno y veinte, debido a que fuera de éste, la citada ecuación infraestima notablemente la resistencia al flujo.

Para las ecuaciones derivadas separadamente a datos de río y de laboratorio no se dan importantes diferencias en el valor de los coeficientes de ajuste si se

Ilustración 2. Representación de las ecuaciones ajustadas separadamente a datos de río y de laboratorio. Percentil: d_{90} .



emplean los percentiles granulométricos más gruesos. No obstante, las ecuaciones ajustadas a los datos de río predicen una ligera mayor resistencia al flujo y muestran una menor capacidad explicativa. Ello es atribuible al menor grado de cumplimiento en ríos de las restricciones experimentales impuestas (homogeneidad geomorfológica e hidráulica) y a los mayores errores de medida de los datos de río.

Cuadro 6. Estadísticos correspondientes a la validación cruzada de las ecuaciones (11), (14) y (17). Percentil: d_{90} .

Modelo	Ecuación ajustada	R^2	ERM (%)	ER ₂₅ (%)	ER ₅₀ (%)
(5)	(11)	0.76	23	69	89
(7)	(14)	0.76	23	69	89
(8)	(17)	0.66	27	65	90

Recibido: 20/09/2006
Aprobado: 13/08/2007

Referencias

ABERLE, J. and SMART, G.M. The influence of roughness structure on flow resistance on steep slopes. *J. Hydraul. Res.* Vol. 41, no. 3, 2003, pp. 259-269.

AGUIRRE-PE, J. and FUENTES, R. Resistance to flow in steep rough streams. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 116, no. 11, 1990, pp. 1374-1386.

BATHURST, J.C., LI, R.M. and SIMONS, D.B. Resistance equation for large-scale roughness. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.* Vol. 107, no. 12, 1981, pp. 1593-1613.

BURKHAM, D.E. and DAWDY, D.R. Resistance equation for alluvial-channel flow. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.* Vol. 102, no. 10, 1976, pp. 1479-1489.

BYRD, T.C., FURBISH, D.J. and WARBURTON, J. Estimating depth-averaged velocities in rough channels. *Earth Surf. Process. Landforms.* Vol. 25, 2000, pp. 167-173.

CHARLTON, F.G., BROWN, P.M. and BENSON, R.W. *The hydraulic geometry of some gravel rivers in Britain.* Report Num. IT 180. Wallingford, UK: Hydraulics Research Station, 1978, 47 pp.

CHEN, C.L. Unified theory on power laws for flow resistance. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 117, no. 3, 1991, pp. 371-389.

CLIFFORD, N.J., ROBERT, A. and RICHARDS, K.S. Estimation of flow resistance in gravel-bedded rivers: a physical explanation of the multiplier of roughness length. *Earth Surf. Process. Landforms.* Vol. 17, 1992, pp. 111-126.

ESBENSEN, K., SCHÖNKOPF, S. and MIDTGAARD, T. *Multivariate Analysis in Practice.* Trondheim, Norway: CAMO AS., 1994, 312 pp.

FERRO, V. and GIORDANO, G. Experimental study of flow resistance in gravel-bed rivers. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 117, no. 10, 1991, pp. 1239-1246.

GREEN, J.C. The precision of sampling grain-size percentiles using the Wolman method. *Earth Surf. Process. Landforms.* Vol. 28, no. 9, 2003, pp. 979-991.

GREEN, J.C. Choice of percentiles and axes to determine grain resistance. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 131, no. 11, 2005, pp. 1007-1010.

- GRIFFITHS, G.A. Flow resistance in coarse gravel bed rivers. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.* Vol. 107, no. 7, 1981, pp. 899-918.
- JULIEN, P.Y. *Erosion and sedimentation*. New York: Cambridge University Press, 1998, 280 pp.
- LIMERINOS, J.T. *Determination of the Manning coefficient from measured bed roughness in natural channels*. Water Supply Paper 1898-B. Washington: U.S. Geological Survey, 1970, 47 pp.
- LEE, A.J. and FERGUSON, R.I. Velocity and flow resistance in step-pool streams. *Geomorphology*. Vol. 46, 2002, pp. 59-71.
- LÓPEZ, R. *Resistencia al flujo de ríos de montaña: desarrollo de ecuaciones de predicción*. Tesis Doctoral. Lleida, España: Universidad de Lleida, 2005, 363 pp.
- LÓPEZ, R. y BARRAGÁN, J. Expresiones para la determinación del factor de fricción en ríos de fuerte pendiente. *Ingeniería Civil*. Vol. 130, 2003, pp. 43-50.
- MARTÍN-VIDE, J. *Ingeniería de ríos*. Barcelona: Edicions Universitat Politècnica de Catalunya, 2002, 351 pp.
- MAYNORD, S. Flow resistance of riprap. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 117, no. 6, 1991, pp. 687-696.
- MEUNIER, M. *Elements d'hydraulique torrentielle*. Grenoble, France: CEMAGREF, 1991, 278 pp.
- MEYER-PETER, E. and MÜLLER, R. Formulas for bed-load transport. *Proc. of the second meeting of the IAHSR*. Stockholm, Sweden, 1948, pp. 39-64.
- PITLICK, J. Flow resistance under conditions of intense gravel transport. *Water Resour. Res.* Vol. 28, 1992, pp. 891-903.
- PRESTEGAARD, K.L. Bar resistance in gravel bed streams at bankfull stage. *Water Resour. Res.* Vol. 19, no. 2, 1983, pp. 472-476.
- RICKENMANN, D. Hyperconcentrated flow and sediment transport at steep slopes. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 117, no. 11, 1991, pp. 1419-1439.
- SAMORA, M.M. *Utilização de enrocamentos como proteção contra a erosão de canais*. Dissertação de Mestrado em Hidráulica e Recursos Hídricos. Lisboa: Instituto Superior Técnico, 1993.
- SMART, G.M. Sediment transport formula for steep channels. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 110, no. 3, 1984, pp. 267-276.
- SMART, G.M., DUNCAN, M.J. and WALSH, J.M. Relatively rough flow resistance equations. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 128, no. 6, 2002, pp. 568-578.
- STRICKLER, A. *Beiträge zur frage der geschwindigkeitsformel und der rauhigkeitszahlen für ströme, kanäle und geschlossene leitungen*. Bern, Schweiz: Eidgenössisches Departement des Innern, Mitteilungen des Eidgenössischer Amtes für Wasserwirtschaft 16, 1923.
- THOMPSON, S.M. and CAMPBELL, P.L. Hydraulics of a large channel paved with boulders. *J. Hydraul. Res.* Vol. 17, no. 4, 1979, pp. 341-354.
- VAN RIJN, L.C. Equivalent roughness of alluvial bed. *J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.* Vol. 108, no. 10, 1982, pp. 1215-1218.
- WHITING, P.J. and DIETRICH, W.E. Boundary shear stress and roughness over mobile alluvial beds. *J. Hydraul. Eng.* Vol. 116, no. 12, 1990, pp. 1495-1511.
- WILCOCK, P.R. and McARDELL, B.W. Surface-based fractional transport rates: mobilization thresholds and partial transport of a sand-gravel sediment. *Water Resour. Res.* Vol. 29, no. 4, 1993, pp. 1297-1312.

Abstract

LÓPEZ-ALONSO, R., BARRAGÁN-FERNÁNDEZ, J. & COLOMER-CUGAT, M.A. Flow resistance estimation in mountain rivers. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XXIII, no. 3, July-September, 2008, pp. 65-76.

Three models of flow resistance for granular boundary have been calibrated, validated, and compared, these being the power law and two other models developed for large-scale roughness conditions (one based on a modification of the Prandtl-von Karman logarithmic law and another one based on a velocity profile split into two zones [a uniform one in the proximity of the roughness elements and another one situated above the former that follows a logarithmic distribution]). A large set ($N = 1,533$) of data taken from rivers and flumes was used, representative of a wide hydraulic and geomorphologic range in the field of gravel-bed rivers and mountain streams. The equations fitted to the coarser percentiles (d_{90} or d_{95}) were preferable to those fitted to the median diameter (d_{50}). This was because the higher the explanatory power reached by a given model, the lesser the difference in the goodness-of-fit between the different models and the lower the influence of the origin of the data (river or flume). The equations fitted in accordance with the models that envisage large-scale roughness conditions give similar predictions, with the exception of the interval of highest roughness ($y/d_{90} < 1$) in which the equation corresponding to the model based on the velocity profile configured into two zones is preferable. It is recommended to restrict the application of the equation fitted in accordance with the power law to the y/d_{90} interval between 1 and 20, since outside of this interval, it tends to underestimate the flow resistance notably.

Keywords: gravel-bed rivers, mountain streams, fluvial hydraulics, flow resistance, resistance coefficient, friction factor, grain-size percentile, cross validation.

Dirección institucional de los autores:

Dr. Raúl López-Alonso

Profesor de Ingeniería Hidráulica
Departamento de Ingeniería Agroforestal
Universidad de Lleida
Avenida Alcalde Rovira Roure 191
25198 Lleida, España
teléfono: + (34) (973) 702 820
fax: + (34) (973) 702 673
rlopez@eagrof.udl.es

Dr. Javier Barragán-Fernández

Catedrático de Ingeniería Hidráulica
Departamento de Ingeniería Agroforestal
Universidad de Lleida
Avenida Alcalde Rovira Roure 191
25198 Lleida, España
teléfono: + (34) (973) 702 832
fax: + (34) (973) 702 673
barragan@eagrof.udl.es

Dra. Ma. Àngels Colomer-Cugat

Profesora de Estadística e Investigación Operativa
Departamento de Matemática
Universidad de Lleida
C/Jaume II, 69 Campus Cappidat
25001 Lleida, España
teléfono: + (34) (973) 702 526
fax: + (34) (973) 238 264
colomer@matematica.udl.es